

## DISEÑO Y PROCESO DE VALIDACIÓN DE UN INSTRUMENTO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

### DESIGN AND VALIDATION PROCESS OF AN INSTRUMENT FOR TEACHING OF FRACTIONS

Palmenia Rodríguez Rojas<sup>1</sup>

E-mail: [prodriiguez@userena.cl](mailto:prodriiguez@userena.cl)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1703-0439>

<sup>1</sup>Universidad de La Serena. Chile

#### Cita sugerida (APA, séptima edición)

Rodríguez Rojas, P. (2022). Diseño y proceso de validación de un instrumento para la enseñanza de las fracciones. *Revista Conrado, 18(S4)*, 425-436.

#### RESUMEN

A nivel internacional, son pocos los estudios que se centran en el diseño de instrumentos válidos y confiables que midan el conocimiento que requiere un profesor para la enseñanza de la matemática, y más escasos aún sobre el tema de las fracciones. La enseñanza de las fracciones requiere que los profesores conozcan en profundidad sus diferentes subconstructos, que empleen diferentes representaciones y que las utilicen en situaciones de la vida real. La literatura advierte que una comprensión limitada del conocimiento conceptual de las fracciones dificulta su enseñanza. En consecuencia, el propósito de este artículo es describir el proceso de diseño y validación de un instrumento que evalúa el nivel de conocimiento conceptual de las fracciones en profesores de primaria en formación. El proceso de validación de contenido se realizó a través del juicio de expertos, especialistas en didáctica de la matemática. El instrumento fue aplicado a una muestra piloto de 79 estudiantes chilenos de pedagogía en enseñanza básica. Tras los respectivos procedimientos psicométricos se obtuvo un instrumento de 12 preguntas, con una consistencia interna de 0.74 alfa de Cronbach. Los resultados muestran que los profesores presentan mayor dificultad en tareas relativas al subconstructo medida.

#### Palabras clave:

Profesores en formación, enseñanza de las Matemáticas, fracciones, aprendizaje, matemáticas.

#### ABSTRACT

At an international level, there are few studies that focus on the design of valid and reliable instruments that measure the knowledge that a teacher requires for teaching mathematics, and even fewer on the subject of fractions. Teaching fractions requires teachers to have a deep understanding of their different sub constructs, employ different representations, and to use them in real-life situations. The literature warns that a limited understanding of the conceptual knowledge of fractions hinders their teaching. Consequently, the purpose of this article is to describe the design and validation process of an instrument that evaluates the level of conceptual knowledge of fractions in primary school teachers in training. The content validation process was carried out through the judgment of experts, specialists in mathematics education. The instrument was applied to a sample of 79 Chilean students of pedagogy in basic education. After completing the corresponding psychometric procedures, an instrument of 12 questions was obtained, with an internal consistency of Cronbach's alpha 0.74. The results show that teachers present greater difficulty in tasks related to the measure sub construct.

#### Keywords:

Teachers in training, Mathematics education, fractions, learning, mathematics

## INTRODUCCIÓN

Hoy en día, es conveniente disponer de instrumentos válidos y confiables que midan los conocimientos que requiere un profesor en formación para que su práctica profesional sea efectiva. Particularmente en Chile, todas las instituciones que forman profesores deben realizar evaluaciones diagnósticas al ingreso de sus programas (Ley N° 20.903), dichas evaluaciones tendrán un uso formativo para los estudiantes. Al respecto (Giaconi et al., 2022) señalan que la evaluación diagnóstica tiene que cumplir con estándares de medición y contar con evidencias de validez y confiabilidad. Al disponer de instrumentos válidos y confiables podemos evaluar el conocimiento del profesor en formación con un alto nivel de seguridad, y de esta forma identificar sus fortalezas y debilidades en temas matemáticos específicos para la enseñanza, esta información permitiría implementar planes para mejorar el nivel de conocimiento de los futuros docentes. Surge entonces una pregunta importante: ¿Qué conocimientos disciplinares, didácticos y pedagógicos requiere un futuro profesor para que su práctica profesional sea efectiva?

Shulman (1986) propuso un mínimo de conocimientos que debe tener un profesor para enseñar: Conocimiento del Contenido (CC), Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC), y el conocimiento curricular. En particular, el CPC captó la atención por parte de los investigadores de todo el mundo dado que dicho conocimiento se basa en la comprensión del contenido, y cómo este se transforma de manera que sea comprensible para los estudiantes. Posteriormente, (Shulman, 1987) presenta siete categorías: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico del contenido, conocimiento del currículo, conocimiento pedagógico general, conocimiento de los estudiantes y de sus características, conocimiento de los contextos educativos, y conocimiento de los fines educativos. El propósito de Shulman fue desarrollar un marco teórico que describiera los componentes del conocimiento base para la enseñanza, así entonces se convierte en un marco epistemológico para la investigación en didácticas específicas (Bolívar, 2005).

Sustentados en el trabajo de Shulman (1986, 1987), los investigadores han descrito diversas conceptualizaciones del conocimiento requerido para la enseñanza de la matemática. (Ball et al. 2008) a través del estudio de la práctica de profesores de primaria lograron describir el conocimiento requerido para enseñar matemática y mediante el modelo Conocimiento Matemático para la Enseñanza presentan categorías de conocimientos asociados al CC: conocimiento común del contenido, conocimiento del horizonte matemático y conocimiento especializado del contenido. También describen componentes asociados

al CPC de Shulman: conocimiento de la enseñanza del contenido, conocimiento del currículo y conocimiento de los estudiantes y el contenido matemático.

Ma (2010), alineada con la propuesta de Shulman (1986), realiza un estudio cualitativo en el que compara la enseñanza de profesores de China y de Estados Unidos. En su estudio, se evidencia que los profesores chinos mostraron tener un conocimiento profundo del contenido matemático escolar, conceptual y conectado, claramente mayor que el de los profesores norteamericanos, lo que contribuiría a explicar el éxito de los estudiantes chinos en pruebas internacionales. (Ma., 2010) señala que, durante las entrevistas realizadas en su estudio, la mayoría de los profesores norteamericanos dijeron que usarían material didáctico al enseñar un tema matemático. Sin embargo, la manera en que utilizaron dicho material dependió de la comprensión del contenido matemático. Los profesores norteamericanos mostraron una comprensión limitada del conocimiento matemático a diferencia de los profesores chinos quienes mostraron tener una comprensión profunda de las matemáticas escolares, la cual se presenta como habilitadora del conocimiento didáctico. Situando a las matemáticas en el centro del problema, Ma logra superar la vieja dicotomía entre lo que se enseña y el cómo se enseña.

Algunos investigadores han diseñado instrumentos para medir el CC y el CPC de los profesores de matemáticas. (Hill et al. 2005) fueron los primeros en medir el CC y CPC de los profesores mediante pruebas válidas y confiables. Participan del estudio profesores de primer y de tercer grado y sus respectivos estudiantes, en escuelas de los Estados Unidos. Los resultados muestran que el CC y el CPC de los profesores se asocian de manera significativa con el aprendizaje de los estudiantes en matemáticas. Con posterioridad, (Baumert et al., 2010) presentan los hallazgos del proyecto COACTIV en Alemania. Ellos evaluaron el CC y el CPC de los profesores de matemáticas por medio de una prueba que cubre temas relativos a aritmética, álgebra, geometría, funciones y probabilidad, contenidos que son obligatorios de quinto a décimo grado.

Las investigaciones existentes muestran que tanto el CC como el CPC de los profesores inciden en los logros de aprendizaje de los estudiantes (Kelcey et al., 2019; Yang et al., 2020). Sin embargo, los instrumentos que miden el CC y el CPC de los profesores de matemáticas son escasos, los investigadores comenzaron el diseño de dichos instrumentos recién a principios del siglo XXI y además medir el conocimiento del profesor constituye un desafío debido a su naturaleza compleja y multifacética. En particular, son muy pocos los estudios que se centran en el

diseño de instrumentos que exploran el conocimiento de profesores en formación sobre el tema de las fracciones (Avcu, 2019).

### **El aprendizaje y la enseñanza de las fracciones, una cuestión problemática**

El tema de las fracciones es un componente crucial en el plan de estudios de matemáticas de primaria y secundaria, además es importante para el estudio de las ciencias y para una amplia gama de trabajos, tales como enfermería, carpintería y mecánica automotriz (Tian & Siegler, 2017). El conocimiento de las fracciones predice el aprendizaje del álgebra, el cual constituye una base esencial para la comprensión de matemáticas avanzadas (Barbieri et al., 2021; Stelzer et al., 2019). Sin embargo, la investigación en varios países ha demostrado consistentemente que el concepto de fracción es una de las nociones matemáticas más difíciles de entender por parte de estudiantes de todo el mundo (Avcu, 2019). En consecuencia, se requiere que los profesores tengan un conocimiento conceptual profundo de las fracciones, en el sentido de Ma (2010) para poder enseñarlas a sus alumnos. Al respecto, surge la siguiente pregunta ¿qué significa tener un conocimiento conceptual de las fracciones?

Varios investigadores proponen que el conocimiento conceptual de las fracciones incluye la comprensión de sus diferentes subconstructos, tales como: parte-todo, cociente, operador, medida y razón (Behr et al., 1983; Jian et al., 2020; Kieren, 1976). Por ejemplo, (Jian et al., 2020) señalan que  $\frac{2}{3}$  puede concebirse como parte-todo (dos partes de un todo dividido en tres partes iguales), como medida (como suma de dos unidades de medida  $\frac{1}{3}$ ), como razón (dos es a tres), como cociente (dos dividido por tres) y como operador (dos tercios de una cantidad). Sin embargo, a pesar de que las fracciones se asocian a distintos subconstructos, la mayoría de los estudiantes las tratan como parte todo y de esta forma ellos ven el numerador y el denominador como dos números separados. Posteriormente, esta idea se convierte en un obstáculo para el aprendizaje de la comparación de fracciones, la medida, la equivalencia de fracciones y otras ideas que determinan el sentido numérico. En consecuencia, aparecen errores típicos, como por ejemplo: al resolver tareas relativas a la comparación de fracciones, los estudiantes se equivocan al señalar que  $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$  argumentando que 3 es mayor que 2, o al resolver tareas de suma, se equivocan al sumar numerador con numerador y denominador con denominador ( $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$ ).

Kieren (1976) fue pionero en separar el concepto de fracción en cuatro subconstructos: cociente, operador, medida y razón, para Kieren parte-todo es la base de los otros

subsconstructos. (Behr et.al 1983) propone un modelo teórico que relaciona los subconstructos parte-todo, cociente, operador, medida y razón con la equivalencia de fracciones, la resolución de problemas y con las operaciones de adición y multiplicación de fracciones. (Behr et al. 1983) señalan que para tener una comprensión completa del concepto de fracción se debe tener conocimiento de cada subconstructo por separado y de la conexión entre todos ellos. Con base en los trabajos de Kieren (1976; Behr et al., 1983) los investigadores han descrito las dificultades que presentan tanto los estudiantes como profesores en formación y en servicio, en tareas relacionadas con la conceptualización de las fracciones.

En general, los estudios muestran que los estudiantes logran mejores resultados al resolver tareas relativas al subconstructo parte-todo continuo y desarrollan poco conocimiento respecto de los otros subconstructos. La literatura reporta que las tareas relativas al subconstructo medida resultan ser difíciles para los estudiantes (Jiang et al., 2020). Por otra parte, hay investigaciones que revelan que los profesores en formación y en servicio muestran una escasa comprensión de las fracciones, presentando dificultades similares a las que presentan los estudiantes (Avcu, 2019; Copur-Gencturk, 2021).

Para abordar con éxito las dificultades de los estudiantes, los docentes debiesen tener una comprensión profunda de las matemáticas escolares (Ma, 2010) para poder enseñarlas a sus estudiantes de manera conceptual. La comprensión limitada del conocimiento conceptual de las fracciones dificulta su enseñanza (Avcu, 2019). Por ende, la enseñanza de las fracciones requiere a nivel conceptual, que los maestros conozcan en profundidad sus diferentes subconstructos (parte-todo, cociente, operador, medida y razón) y que logren establecer conexiones entre ellos, que empleen diferentes representaciones y que utilicen las fracciones en situaciones de la vida real. Así, el tema del conocimiento conceptual de las fracciones, y sus diversos subconstructos brinda un contexto amplio para explorar el conocimiento para la enseñanza de la matemática de los futuros docentes. En consecuencia, el propósito de este artículo es describir el proceso de diseño y validación de un instrumento que evalúa el nivel de conocimiento conceptual de las fracciones en profesores de primaria en formación, y de esta forma identificar sus fortalezas y debilidades.

### **Marco conceptual para la construcción del instrumento**

En la pesquisa realizada, se investigó el significado de: parte todo, operador y medida. Estos subsconstructos son importantes porque se trabajan en las aulas de educación primaria, cuando se inicia el estudio de las fracciones. A

partir de la revisión de literatura especializada en el tema de la conceptualización de las fracciones, a continuación se definen los subconstructos pertinentes a este trabajo.

Parte todo, la fracción se concibe como la relación entre dos cantidades, un todo (continuo o discreto) dividido en partes de igual tamaño (Hecht et al., 2003). Por ejemplo, representar en un círculo la fracción 5/6 (parte-todo continuo) o representar en dos círculos la fracción 5/6 (parte todo discreto).

Operador, la fracción se considera como una función que puede ampliar o reducir una cantidad y transformarla en un nuevo valor (Kieren, 1976). Por ejemplo, para encontrar 3/4 de un número, dicho número se multiplica por 3 y luego se divide por 4, o bien el número se divide por 4 y luego se multiplica por 3.

Medida, las fracciones se consideran números que se pueden ordenar en la recta numérica (Hecht et al., 2003), estas se asocian con dos nociones, la primera de ellas se refiere al aspecto cuantitativo, por ejemplo, indicar si 1/3 es mayor o menor que 1/4 y la segunda se refiere a la medida asignada a un intervalo, por ejemplo, 3/4 corresponde a 3 unidades de medida 1/4 (Van Steenbrugge et al., 2014).

## MATERIALES Y MÉTODOS

El diseño y validación del instrumento conocimiento conceptual de las fracciones para la enseñanza, constó de las siguientes tres fases:

(1) Elaboración del instrumento, (2) Validación de Contenido y (3) Aplicación del instrumento piloto

### Fase 1: Elaboración del instrumento

En esta fase, se diseña un test compuesta de 10 preguntas abiertas y 15 preguntas de opción múltiple basadas en lo que la literatura científica reporta en relación al tema de la conceptualización de las fracciones. El test se aplicó a un grupo de 24 futuros profesores, quienes participaron de manera voluntaria en la investigación. El análisis de las respuestas de los profesores en formación permitió detectar problemas de redacción, además de las dificultades y errores. Esta información se contrasta con lo que reportan las investigaciones en relación a los errores típicos que cometan profesores en formación, en tareas referentes a la conceptualización de las fracciones. Posteriormente, se construye un instrumento compuesto por 20 preguntas cerradas relativas a los siguientes subconstructo: parte todo, operador y medida (véase Tabla 1). Se decidió elaborar un mayor número de preguntas relativas al subconstructo medida dado que las investigaciones señalan que es en este tipo de tareas en la que los

estudiantes presentan mayor dificultad. Posteriormente, el instrumento es administrado a un grupo de diez estudiantes de pedagogía en enseñanza básica con la finalidad de detectar problemas de redacción.

**Tabla 1. Dimensiones parte todo, operador y medida**

Dimensión	No. de la Pregunta
Parte todo	16, 17, 18
Operador	7, 8, 9, 10
Medida	1, 2, 3, 4, 5, 6, 11, 12, 13, 14, 15, 19, 20

### Fase 2: Validación de Contenido

En esta etapa, el instrumento compuesto de 20 preguntas fue sometido a un proceso de validación de contenido por tres expertos en didáctica de la matemática y con experiencia profesional en formación de profesores en Chile. Todos ellos con experiencia en el estudio de las fracciones y en docencia universitaria e investigación. Se informa a los jueces el objetivo del estudio y la población a la cual va dirigido el test, además de las conductas observables asociadas a cada una de las tres dimensiones del constructo a medir Tabla 2.

**Tabla 2. Conductas Observables por Dimensión**

Parte todo	Operador	Medida
Indicar la fracción que representa un gráfico	Calcular la fracción de un número	Ubicar fracciones en la recta numérica
Representar gráficamente una fracción		Indicar números fraccionarios entre dos números fraccionarios
Representar gráficamente una fracción cuando la unidad difiere de 1		Indicar cuál de dos fracciones es mayor
		Indicar valores equivalentes a una fracción

Posteriormente, los jueces recibieron vía correo electrónico el instrumento y una pauta para evaluar los siguientes aspectos del test:

Pertinencia: El ítem es adecuado al currículo de los profesores de primaria en formación.

Accesibilidad: El enunciado del ítem se presenta bien redactado con un lenguaje directo, sin artificios, siendo fácil de resolver para los estudiantes de la carrera de pedagogía básica.

Precisión: El ítem es conceptualmente correcto, corresponde a la conducta observable y a la dimensión del constructo que se desea medir. Solo una de las opciones es la correcta. Los distractores son incorrectos, plausibles y excluyentes.

Relevancia: El ítem es apto para el objetivo de la tarea que se pretende evaluar.

### Fase 3: Aplicación del instrumento piloto

En este estudio participaron 79 estudiantes chilenos de pedagogía en enseñanza básica (20.25% hombres y 79.74% mujeres), pertenecientes a una universidad de Chile. Se utilizó un muestreo no probabilístico por conveniencia, se invitó a quienes quisieran formar parte del estudio en forma voluntaria.

## ANALISIS Y DISCUSION

### Validación del instrumento por parte de expertos

En esta sección se presentan los análisis efectuados. Se muestra evidencia cuantitativa referida a la evaluación de los jueces expertos Tabla 3.

Tabla 3. Evaluación de los jueces de cada ítem por criterio

	Pertinencia			Accesibilidad			Precisión			Relevancia				
Ítem	Evaluación 3 Jueces			Suma	%									
It01	x	x	x	0	0	0	x	x	x	x	x	x	9	75
It02	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It03	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It04	x	x	x	x	0	0	0	x	x	x	x	x	10	75
It05	x	x	x	x	0	x	x	x	x	x	x	x	11	92
It06	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It07	x	x	x	x	0	x	0	x	0	x	x	x	9	75
It08	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It09	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It10	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It11	x	x	x	0	0	x	x	x	x	x	x	x	10	83
It12	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It13	x	x	x	x	x	0	x	x	x	x	x	x	11	92
It14	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It15	x	x	x	x	x	0	x	x	x	x	x	x	11	92
It16	x	x	x	0	x	0	x	x	x	x	x	x	10	83
It17	x	x	x	x	0	x	x	x	x	x	x	x	11	92
It18	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It19	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100
It20	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	100

En las figuras 1, 2 y 3 se presentan ejemplos de las sugerencias otorgadas por los expertos para mejorar los ítems cuyo porcentaje fue inferior al 100% mostrando evidencia cualitativa referida al juicio de los expertos.

La siguiente afirmación: "La fracción  $\frac{3}{4}$  indica parte de una unidad, cuando la unidad es 2, la expresión  $\frac{3}{4}$  de 2 hace referencia a un número mayor que 1" es:

- A. Correcta
- B. Contradictoria
- C. Ambigua
- D. Incorrecta

Dimensión: Operador

Conducta Observable: Calcular la fracción de un número

Correcta: A

Sugerencias:

Juez 1: Eliminar distractor C.

Juez 2: Mejorar redacción, escribir ¿Qué le parece la afirmación?:

"La fracción  $\frac{3}{4}$  indica parte de la unidad. Cuando la unidad es 2, la expresión  $\frac{3}{4}$  de 2 hace referencia a un número mayor que 1".

Juez 3: Eliminar distractor C.

Figura 1. Sugerencias otorgadas por los jueces para el ítem 7.

¿Cuál método sirve para encontrar una fracción equivalente a  $\frac{3}{5}$ ?

- A. Sumo un mismo número entero al numerador y al denominador de  $\frac{3}{5}$
- B. Resto un mismo número entero al numerador y al denominador de  $\frac{3}{5}$
- C. Represento  $\frac{3}{5}$  con una figura rectangular  y luego divido esta figura en dos partes iguales así 

Dimensión: Medida

Conducta Observable: Indicar valores equivalentes a una fracción

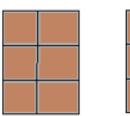
Correcta: C

Sugerencias

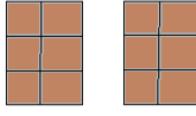
Juez 3: "al numerador y al denominador"

Figura 2. Sugerencias otorgadas por los jueces para el ítem 15.

¿Cuál de los siguientes esquemas representa el reparto equitativo de dos chocolates entre ocho niños?



**Esquema 1**



**Esquema 2**

A. Solo el esquema 1  
B. Solo el esquema 2  
C. Ninguno de los esquemas es apropiado

**Dimensión: Parte todo**  
Conducta Observable: Representar gráficamente una fracción cuando la unidad difiere de 1  
Correcta: A

**Sugerencias**  
Juez 1: Centrar y mejorar la imagen de la figura  
Juez 3. Sugiero no usar la palabra equitativamente en el enunciado y colocarla solo en la pregunta, eso le da mayor énfasis a que interesa, es decir, la repartición equitativa.

Figura 3. Sugerencias otorgada por los jueces para el ítem 16.

#### Aplicación del instrumento piloto

Para analizar la dificultad y discriminación de las preguntas se utilizaron los parámetros establecidos para la aceptación de preguntas. La literatura señala que para el índice de dificultad el rango aceptable oscila entre 0.2 y 0.85, y en el caso del índice de discriminación el mínimo es 0.3. Mientras más alto es el índice de discriminación, la pregunta diferenciará mejor a las personas con altas y bajas calificaciones. Las preguntas se clasifican según su índice de dificultad, como **difíciles** (<0.3); **medianamente difíciles** (0.3 a 0.5); **de dificultad media** (0.5 a 0.7) y **fáciles** (>0.86).

El instrumento fue administrado a una muestra de 79 estudiantes de la carrera pedagogía de enseñanza básica de una universidad de Chile. A continuación se presentan tres tablas cada una de ellas con la media, desviación estándar, mediana, media acotada y discriminación de cada uno de los ítems con su correspondiente dimensión. En la tabla 4, se observa que la dimensión Medida está compuesta por 13 ítems, la media de cada ítem corresponde a la proporción de respuestas correctas correspondiente a la dificultad del ítem. Por ejemplo, el ítem 2 y 15 lo responden correctamente un 92% de los 79 estudiantes (ítems fáciles) y se observa que el índice de discriminación es 0.19 y 0.23 respectivamente (bajo 0.3). El ítem 4 lo responden correctamente un 15% de los 79 estudiantes, es un ítem muy difícil. Los ítems 2, 3, 6, 14, 15 están bajo 0,3 no discriminan y en general son ítems muy fáciles. Finalmente luego de observar los índices de dificultad y discriminación de los ítems, se eliminarán el ítem 2, 3, 4, 6, 14 y 15.

Tabla 4. Dimensión Medida

Ítems	n	media	desviación estándar	mediana	media acotada	discriminación
It01	79	0.73	0.44	1	0.78	0.31
It02	79	0.92	0.27	1	1.00	0.19
It03	79	0.82	0.38	1	0.89	0.19
It04	79	0.15	0.36	0	0.08	0.31

It05	79	0.80	0.36	1	0.92	0.34
It06	79	0.73	0.44	1	0.78	0.19
It11	79	0.62	0.49	1	0.65	0.77
It12	79	0.61	0.49	1	0.63	0.88
It13	79	0.35	0.48	0	0.32	0.65
It14	79	0.90	0.30	1	0.98	0.27
It15	79	0.92	0.27	1	1.00	0.23
It19	79	0.78	0.41	1	0.85	0.46
It20	79	0.77	0.42	1	0.83	0.34

En la tabla 5, la dimensión Operador está compuesta por 4 ítems, se observa que los tres primeros ítems presentan buena discriminación, con excepción del ítem 10.

Tabla 5. Dimensión Operador

Ítems	n	media	desviación estandar	mediana	media acotada	discriminación
It07	79	0.75	0.44	1	0.80	0.58
It08	79	0.38	0.49	0	0.35	0.85
It09	79	0.76	0.43	1	0.82	0.58
It10	79	0.96	0.19	1	1.00	0.08

En la tabla 6, la dimensión Todo está compuesta por 3 ítems, se observa que la dificultad del ítem 16 y 18 es media y el índice de discriminación es muy bueno, lo que quiere decir que estos ítems logran discriminar entre los estudiantes que puntuán alto en el test y los que puntuán bajo en el test. El ítem 17 es muy fácil lo responde correctamente el 94% de los 79 estudiantes por lo que no discrimina (0.19).

Tabla 6. Dimensión Parte Todo

Ítems	n	media	desviación estandar	mediana	media acotada	discriminación
It16	79	0.58	0.50	1	0.60	0.96
It17	79	0.94	0.25	0	1.00	0.19
It18	79	0.51	0.50	1	0.51	0.96

Al calcular el alfa de cada dimensión con los ítems que se muestran en cada una de las tablas resulta lo siguiente:

Dimensión Medida: 0.68

Dimensión Operador: 0.31

Dimensión Parte Todo: 0.56

El alfa del test compuesto por los 20 ítems es 0.7.

Finalmente, tras los respectivos procedimientos sicométricos se obtuvo un instrumento compuesto por 12 ítems con una confiabilidad aceptable, estimada con el coeficiente alfa de Cronbach 0.74. Al calcular el alfa de cada dimensión resulta lo siguiente:

Dimensión Medida: 0.65

Dimensión Operador: 0.34

Dimensión Parte Todo: 0.67.

Las tablas 7, 8 y 9 muestran las dimensiones medida, operador y parte-todo, se observa que todos los ítems presentan índices de dificultad que fluctúan entre 0.35 y 0.80 y con discriminación sobre 0.3.

Tabla 7. Dimensión Medida

Ítems	n	media	desviación estandar	mediana	media acotada	discriminación
It01	79	0.73	0.44	1	0.78	0.31
It05	79	0.80	0.36	1	0.92	0.38
It11	79	0.62	0.49	1	0.65	0.85
It12	79	0.61	0.49	1	0.63	0.96
It13	79	0.35	0.48	0	0.32	0.62
It19	79	0.78	0.41	1	0.85	0.46
It20	79	0.77	0.42	1	0.83	0.35

Tabla 8. Dimensión Operador

Ítems	n	media	desviación estandar	mediana	media acotada	discriminación
It07	79	0.75	0.44	1	0.80	0.62
It08	79	0.38	0.49	0	0.35	0.85
It09	79	0.76	0.43	1	0.82	0.58

Tabla 9. Dimensión Parte Todo

Ítems	n	media	desviación estandar	mediana	media acotada	discriminación
It16	79	0.58	0.50	1	0.60	1
It18	79	0.51	0.50	1	0.51	1

Con el fin de ilustrar el contenido del instrumento piloto se muestran dos ítems relativos a la dimensión medida del instrumento. La pregunta 4, la responde correctamente el 15% del total de profesores en formación y la pregunta 13, la responde correctamente el 35% del total de profesores en formación.

Pregunta 4

En el segmento que se ilustra a continuación las distancias entre las marcas son iguales.

¿Qué fracción corresponde a B?

a. A.      B. C.  
b.

Correcta: C      Dimensión: Medida  
Dificultad: 0.15      Discriminación: 0.31

### Pregunta 13

Juan busca una fracción entre  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{3}$ . ¿Qué frase es correcta?

- A. No la encontrará, puesto que es igual a  $\frac{1}{2}$
- B. Solo es posible encontrar una fracción entre esos números
- C. Infinitas fracciones cumplen esa condición

Correcta: C

Dificultad: 0.35

Dimensión: Medida

Discriminación: 0.65

### RESULTADOS

Este artículo tuvo como propósito describir el proceso de diseño y validación de un instrumento que evalúa el nivel de desempeño en profesores de primaria en formación, en términos del conocimiento conceptual de las fracciones para la enseñanza. Se ha dispuesto de tablas que sintetizan los análisis efectuados por los jueces mostrando evidencia cuantitativa y cualitativa respecto de la pertinencia, accesibilidad, precisión y relevancia de cada ítem. El porcentaje de aceptación de los ítems en base al juicio de cada uno de los tres jueces fluctúa entre el 75% y el 100% (tabla 3). También se observa que los tres jueces estuvieron de acuerdo con la pertinencia para el objetivo a evaluar de cada uno de los ítems. Los 20 ítems se aceptan considerando que están todos sobre el 60% (tabla 3). Se tomaron en consideración todas las sugerencias otorgadas por los jueces y se modificaron los ítems para mejorarlos principalmente respecto de su redacción, algunos ítems presentaban problemas de accesibilidad, con un lenguaje poco sencillo.

En la entrevista realizada a los jueces todos señalaron que la mayoría de los distractores de los ítems se refieren a errores comunes que comete el estudiante que no tiene dominio del contenido evaluado, con excepción de cuatro ítems que se modificaron de acuerdo a lo sugerido por los jueces. Finalmente, tras los respectivos procedimientos psicométricos se obtuvo un instrumento final de 12 preguntas, con una consistencia interna de 0.74 alfa de Cronbach. Este resultado se acerca a los resultados de Hill et al. (2005) y Ball et al. (2008) quienes lograron medir con éxito el conocimiento matemático para la enseñanza.

Los resultados muestran que los profesores en formación presentan mayor dificultad al resolver tareas relativas a parte todo discreto, operador y medida, en ese orden. La mayor dificultad se presenta en las preguntas referidas al subconstructo medida, tales como ubicar fracciones en la recta numérica, indicar números entre números fraccionarios (véase pregunta 4 y 13). Esto es consistente con lo

que reporta la literatura, tanto los estudiantes como profesores en formación y en servicio tienen más éxito en tareas relativas al subconstructo parte-todo continuo y en general desarrollan poco conocimiento respecto de los otros subconstructos, especialmente les resulta complejo resolver tareas relativas al subconstructo medida (Jiang et al., 2020).

Los resultados de este estudio concuerdan con lo que reporta la literatura científica respecto del conocimiento conceptual de las fracciones para la enseñanza, las investigaciones muestran que los profesores y futuros profesores presentan dificultades similares a la que presentan los estudiantes y que es necesario que las instituciones formadoras de profesores refuerzen y profundicen en torno a este conocimiento (Avcu, 2019; Copur-Gencturk, 2021; Ma, 2010). Dado que el conocimiento de las fracciones es un componente crítico en el plan de estudio de primaria y secundaria, los profesores necesitan de una formación que se centre en las matemáticas escolares y su didáctica, las cuales forman parte de los conocimientos especializados de la profesión docente.

En este estudio, se examina el conocimiento del futuro profesor sobre las fracciones identificando sus fortalezas y debilidades, esta información es útil porque permite implementar planes para mejorar el nivel de conocimiento de los futuros docentes. Los profesores deben tener suficiente dominio de las fracciones para que puedan enseñarlas a los estudiantes de manera conceptual. El conocimiento matemático escolar y su didáctica son componentes clave para que los profesores critiquen los libros de texto, seleccionan el material para enseñar, estructuran sus cursos y conduzcan la enseñanza. En un periodo en que los países trabajan para elevar el nivel de conocimiento de los estudiantes es fundamental que la formación inicial certifique que los futuros profesores dominan el conocimiento que necesitaran para su práctica profesional.

## CONCLUSIONES

En conclusión, este trabajo constituye un aporte y una instancia de cómo diseñar un instrumento para evaluar el nivel de desempeño en profesores en formación, en términos de las fracciones. De esta forma la descripción del proceso de diseño y validación presentada en este artículo permite su uso en futuros estudios. Investigaciones posteriores podrían examinar el conocimiento del profesor en formación agregando tareas relativas a los subconstructos razón y cociente, también se podrían diseñar una escala de preguntas abiertas con base en lo que reporta la literatura especializada en el tema de la conceptualización de las fracciones.

## Referencias BIBLIOGRAFICAS

- Avcu, R. (2019). Turkish pre-service middle level mathematics teachers' knowledge for teaching fractions. *Research in Middle Level Education Online*, 42(9), 1–20. <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=21100887529&tip=sid&clean=0>
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education* <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=13354&tip=sid&clean=0>
- Barbieri, C. A., Young, L. K Newton, K. J. & Booth, J. L. (2021). Predicting Middle School Profiles of Algebra Performance., Using Fraction Knowledge. *Child Development*, 92(5), 1984–2005. Disponible en. <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=24456&tip=sid&clean=0>
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133-180. Disponible en: <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=29432&tip=sid&clean=0>
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R. & Silver, E. A. (1983). "Rational numbers concepts", in *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press.
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9 (2), 1-39. Disponible en: <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=21100215938&tip=sid&exact=no>
- Copur-Gençturk, Y. (2021). Teachers' conceptual understanding of fraction operations: results from a national sample of elementary school teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 107, 525-545. Disponible en: <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=14310&tip=sid>
- Giaconi, V., Gómez, G., Jiménez, D., Gareca, B., Durán del Fierro, F. & Varas, M. L. (2022). Evaluación diagnóstica inicial en la formación inicial docente en Chile y su relación con contextos institucionales. *Pensamiento educativo*, 59(1), 1-16. Disponible en. <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=Pensamiento+educativo>
- Hecht, S. A., Close, L. & Santisi, M. (2003) Sources of individual differences in fraction skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 86 (4), 277–302. Disponible en: <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=Journal+of+Experimental+Child+Psychology>
- Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American educational research journal*, 42(2), 371-406. Disponible en. <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=American+educational+research+journal>
- Jiang, Z., Mok, I. A. C. & Li, J. (2020). Chinese students' hierarchical understanding of part-whole and measure subconstructs. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(7), 1441– 1461. Disponible en: <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=144837&tip=sid&clean=0>
- Kelcey, B., Hill, H. C. & Chin, M. J. (2019). Teacher mathematical knowledge, instructional quality, and student outcomes: a multilevel quantile mediation analysis. *School Effectiveness and School Improvement*, 30(4), 398 - 431. Disponible en: <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=16668&tip=sid&>
- Kieren, T. E. (1976). "On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers," in *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop*, In R. Lesh (Columbus, OH: ERIC/SMEAC), 101–144. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED120027.pdf#page=108>
- Ma, L. (2010). Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales. La comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE.UU. *Academia Chilena de Ciencias*.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. [http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman\\_1986.pdf](http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman_1986.pdf)

Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1–23.

Stelzer, F., Richard's, M. M., Andrés, M. L., Vernucci, S. & Introzzi, I. (2019). Cognitive and maths-specific predictors of fraction conceptual knowledge. *Educational Psychology*, 41(2), 172-190. <https://doi.org/10.1080/01443410.2019.1693508>

Tian, J. & Siegler, R. S. (2017). Fractions learning in children with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 50(6), 614-620. Disponible en: <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=Journal+of+learning+disabilities>

Van Steenbrugge, H., Lesage, E., Valcke, M. & Desoete, A., (2014). Preservice elementary school teachers' knowledge of fractions: a mirror of students' knowledge? *Journal of Curriculum Studies*, 46(1), 138-161. Disponible en: <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=Journal+of+Curriculum+Studies>

Yang, X., Kaiser, G., König, J. & Blömeke, S. (2020). Relationship between pre-service mathematics teachers' knowledge, beliefs and instructional practices in China. *ZDM Mathematics Education*, 52(3), 281–294. Disponible en: <https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=ZDM+Mathematics+Education>