

LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICA EN LA ESCUELA MEDIA CUBANA

THE MATHEMATICS HISTORY IN THE BOOKS OF TEXT OF MATHEMATICS IN THE HALF CUBAN SCHOOL

Anney Arteaga Villavicencio¹

E-mail: annavillencio@uclv.cu

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6711-717X>

Eloy Arteaga Valdés²

E-mail: earteaga@ucf.edu.cu

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9902-2135>

Carlos Duardo Monteagudo³

E-mail: cduardo@uclv.cu

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2518-4470>

¹Centro Universitario Municipal. Manicaragua. Cuba

²Universidad de Cienfuegos "Carlos Rafael Rodríguez". Cienfuegos. Cuba

³Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Villa Clara, Cuba

Cita sugerida (APA, séptima edición)

Arteaga Villavicencio, A., Arteaga Valdés, E., & Duardo Monteagudo, C. (2023). La historia de la Matemática en los libros de texto de matemática en la Escuela Media Cubana. *Revista Conrado*, 19(95), 435-444.

RESUMEN

El estudio de los libros de texto se ha convertido en una línea de trabajo de gran relevancia como parte de la investigación educativa iberoamericana y europea, área de investigación que ha tenido una atención internacional cada vez mayor. En el análisis de los libros de texto de Matemática se han considerado diferentes aspectos concretos, pero entre estos no se encuentran la inclusión de contenidos de Historia de la Matemática. En este trabajo se presenta un estudio realizado por los autores sobre los diversos libros de texto para la enseñanza de la matemática que se han utilizado en la educación media en Cuba desde la década de los 40 del pasado siglo XX hasta la actualidad. Este estudio se centra, no en un contenido matemático específico, sino, en la presencia de contenidos relacionados con la Historia de la Matemática. El estudio de casos realizado evidenció que la inclusión de este tipo de contenidos fue opcional por los diversos autores y colectivos de autores hasta la nueva generación de libros de texto que se elaboran como parte del Tercer Perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación iniciado en el 2010, donde se aprecia una mayor inclusión de contenidos históricos.

Palabras clave:

Matemática, enseñanza, historia, libros de texto, investigación.

ABSTRACT

The study of textbooks has become a line of work of great relevance as part of Ibero-American and European educational research, an area of research that has had increasing international attention. In the analysis of Mathematics textbooks, different specific aspects have been considered, but among these are not the inclusion of contents of the History of Mathematics. This work presents a study carried out by the authors on the various textbooks for teaching mathematics that have been used in secondary education in Cuba from the 1940s to the present. This study focuses, not on specific mathematical content, but on the presence of content related to the History of Mathematics. The case study carried out showed that the inclusion of this type of content was optional for the various authors and groups of authors until the new generation of textbooks that are prepared as part of the Third Improvement of the National Education System begun in 2010, where a greater inclusion of historical content is appreciated.

Keywords:

Mathematics, teaching, history, text books, investigation. for this diagnosis can be applied in other centers, taking into account the characteristics of its context.

INTRODUCCIÓN

La manualística, definida por (Escolano, 2013)- citado por Bel & Colomer, 2018, como el campo de conocimiento que estudia los libros de texto mediante diferentes perspectivas y enfoques, desde su composición interna, pasando por sus formas de producción y uso — se ha convertido en una línea de trabajo de gran relevancia en el seno de la investigación educativa iberoamericana y europea (Mahamud & Badanelli, 2016; Rodríguez et al., 2016; Valls, 2007)- citados por Bel & Colomer, 2018.

Según Fernández & Caballero (2017), las investigaciones sobre los libros de texto, hasta los años setenta, estuvo circunscrito a obras individuales referidas a su historia y al contenido de estos. Los mencionados autores destacan que en las décadas siguientes se incrementaron considerablemente las investigaciones sistemáticas dando lugar a una vasta bibliografía que da cuenta de las definiciones, dimensiones y campos de investigación que conforman el universo de los textos escolares.

Por su parte Bel & Colomer (2018), refieren que en los últimos años existe un reducido número de investigaciones que han abordado el análisis de los manuales escolares de forma amplia, lo que ha traído consigo cierta dispersión metodológica que, pese a no ser un aspecto negativo, si ha supuesto en muchos casos una contribución débil a este campo de conocimiento por resultar insuficiente la explicación detallada de los métodos de investigación empleados o su escasa renovación.

A pesar de que investigadores de diferentes ámbitos se han interesado por este tema, realizando algunos estudios de tipo general de forma que pudieran aplicarse a todas las áreas, es oportuno señalar que son muy pocos los que se han ocupado de esta problemática en el área de matemáticas específicamente. (González & Sierra, 2004)

Un análisis realizado por González & Sierra, 2004, revela los diferentes aspectos que se han tenido en cuenta en varios países en las investigaciones relacionadas con los libros de texto. Entre las que sobresalen:

- análisis historiográfico en torno a las características bibliométricas, editoriales, políticas, pedagógicas y curriculares de los libros de texto.
- aspectos relativos al lenguaje y la legibilidad de los textos.
- forma de presentación de los contenidos, que pone el énfasis en lo que transmite el texto, las relaciones entre el conocimiento y la representación textual y las variaciones en las interpretaciones,
- clasificación de los elementos que son imprescindibles en un libro de texto de matemáticas.

- Estudio comparativo de los procesos utilizados por los alumnos en la comprensión del conocimiento matemático y los utilizados en los libros o textos históricos de matemáticas.

Como se puede apreciar en este estudio se aborda la forma de presentación de los contenidos, es decir, versa sobre los *contenidos del libro de texto*, aspecto este que fue objeto de investigación por González & Sierra, 2004.

El estudio realizado por Bel & Colomer, 2018, sobre artículos científicos que abordan resultados de investigaciones de los libros de texto, tomaron como una de las categorías para clasificarlos, los artículos centrados en el *contenido científico*, es decir, aquellos que analizan el contenido científico que se presenta, los que subdividieron en dos grupos, donde el primero estaba integrado por aquellos artículos que analizan aspectos que tienen que ver con el contenido de la ciencia, el análisis de la naturaleza de la ciencia, la presencia de temáticas transversales, la inclusión de la historia de la ciencia, el análisis de calidad del propio contenido y la detección de errores conceptuales.

En este estudio, en lo que respecta al análisis de los contenidos científicos, hay un aspecto que tiene que ver con la inclusión de la historia de la ciencia, es decir, la inclusión de la historia de la matemática como parte de los contenidos científicos de los libros de texto de matemática en la escuela media cubana.

Un estudio realizado por Occelli Valeiras, 2013, sobre los libros de texto de ciencias en la escuela, reveló que, en los libros de texto, se excluyen la historia de la ciencia y los aspectos filosóficos y epistemológicos y cuando algunas de estas cuestiones son incluidas, su desarrollo se presenta de manera descontextualizada y se consolida la percepción de la actividad científica como una empresa individual, cuyo avance procede de momentos «geniales» de inspiración. El papel de la historia queda así limitado a identificar al «descubridor», es decir, al primer científico que describió algo correctamente; de esta manera la ciencia es presentada de forma individualista, un ámbito del saber en el que científicos aislados están descubriendo verdades a través de experimentos, excluyendo así por completo los debates dentro de las comunidades científicas. Por otra parte, son pocos los textos que incluyen el papel de la mujer en el desarrollo del conocimiento científico, y se observa la ausencia de actividades que promuevan la reflexión sobre las causas de la escasa participación de este género en la historia de la ciencia y sus consecuencias sociales, mostrando una imagen neutra e independiente de las personas que construyen la ciencia. Asimismo, se produce una despersonalización

descontextualización y naturalización del conocimiento científico. (Occelli, Valeiras, 2013)

Aunque estudios como estos que, abordan la inclusión de la historia de la matemática como parte de los contenidos científicos del libro de texto, no son muchos en las investigaciones sobre los libros de texto de matemática de la escuela media, si se han realizado incursiones en esta dirección.

Un ejemplo palpable de ello es la investigación realizada por Madrid et al. 2018, en la cual se realiza un estudio sobre la inclusión de la historia de la matemática en los libros de texto de los primeros cursos de la ESO.

Según Madrid et al. (2018) *“La historia de las matemáticas es un campo de esta disciplina que puede utilizarse con distintos fines en el proceso de enseñanza aprendizaje de contenidos matemáticos”*, resaltando la propuesta de Rico, 1997- citado por Madrid et al., 2018, quién considera la historia de las matemáticas como un organizador curricular, indicando que la información histórica puede aportar motivaciones, ejemplos y ejercicios curiosos para los alumnos.

La historia de la ciencia, independientemente que debe formar parte del bagaje de conocimientos de cualquier profesional de la educación que se dedique a la enseñanza de las ciencias, es una disciplina cuyos contenidos deben formar parte del currículo en cualquier nivel de enseñanza, no solo por su contribución a la educación científica de los alumnos, sino también, para lograr determinados objetivos del proceso de enseñanza – aprendizaje.

De hecho, al referirse a los *Lineamientos o ideas claves para el trabajo metodológico de la asignatura*, válidas para los diferentes subsistemas de Educación, Álvarez, Almeida y Villegas, 2014, se refieren en el primero de esos lineamientos a la necesidad de aprovechar las potencialidades del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para contribuir, entre otros aspectos a la formación de una concepción científica del mundo mediante el análisis del origen y desarrollo de algunos conceptos y métodos matemáticos y la valoración de los recursos de que se vale esta ciencia para la obtención y aseguramiento de sus conocimientos. (Álvarez et al., 2014)

Más adelante estos autores señalan:

Se requiere prever en qué momentos se puede hacer referencia a: el surgimiento de los primeros conceptos y proposiciones de esta ciencia a partir de necesidades de la práctica; el rol de la praxis, de la actividad productiva y de los problemas de otras ciencias en su desarrollo; el papel de problemas no resueltos en un momento histórico-concreto dado en el desarrollo de la matemática; la

influencia de las condiciones económico-sociales en el desarrollo de la matemática y su importancia para el desarrollo de otras ciencias, el arte y las tecnologías; los métodos para la obtención y justificación de los conocimientos matemáticos; entre otros aspectos que contribuyen a la formación de una concepción científica del mundo y que deben vincularse estrechamente con la historia de esta ciencia y de la cultura universal, no solo en el pasado, sino en la actualidad. (Álvarez et al., 2014)

Existe consenso a nivel internacional acerca de la necesidad de utilizar la historia de la ciencia en su enseñanza, siendo este aspecto objeto de análisis en las investigaciones educativas que se realizan y que ha logrado acaparar la atención de numerosos investigadores debido a sus potencialidades didácticas y educativas.

Específicamente en Cuba esta idea la manifestó la Dra. Dulce María Escalona (1901 – 1976)- citada por Ballester, 2009, quién era partidaria de incluir la Historia de la matemática en los libros de texto, de hecho, en el texto *La aritmética en la vida*, dirigido a la enseñanza primaria, se puede apreciar como parte integrante del mismo, contenidos relacionados con la Historia de las Matemáticas.

Las razones que evidencia la necesidad de la inclusión de la Historia de la Matemática en la enseñanza y que justifican su inclusión en los libros de texto de la enseñanza general, ha sido abordada por varios investigadores en los últimos años, entre ellos se destacan, Arteaga, 2017 y Meavilla, 2008- (citado por Palenzuela, 2017)- en su conocido Decálogo:

1. La Historia de las Matemáticas facilita al profesor materiales y recursos didácticos que pueden favorecer el aprendizaje de sus alumnos y alumnas.
2. La Historia de las Matemáticas permite descubrir el lado ameno de las Matemáticas y puede influir favorablemente en la motivación de los estudiantes.
3. La Historia de las Matemáticas ayuda a inculcar en los alumnos y alumnas valores como el esfuerzo, la constancia, el trabajo, la humildad, la disponibilidad, etc.
4. La Historia de las Matemáticas contribuye a valorar la aportación de las mujeres en la construcción y el desarrollo de dicha disciplina.
5. La Historia de las Matemáticas permite aprender con la ayuda de unos profesores muy especiales: los grandes sabios de otros tiempos.
6. La Historia de las Matemáticas muestra que dicha disciplina es una ciencia viva y que sus conceptos y procedimientos suelen cambiar con el tiempo.

7. 7. La Historia de las Matemáticas permite dar una visión más humana de dicha ciencia (la Matemática no es obra de los dioses, es el resultado del trabajo de hombres y mujeres que suelen equivocarse). Este hecho puede contribuir a que el alumno no se sienta frustrado ante sus errores y pueda aprender de ellos.
8. 8. Los profesores (alumnos) pueden aprovecharse especialmente de la perspectiva histórica de las Matemáticas, descubriendo métodos alternativos para la resolución de problemas, distintos de los que generalmente enseñan (aprenden) en clase y que pueden ser beneficiosos para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.
9. 9. La Historia de las Matemáticas puede contribuir a apreciar la utilidad de esta disciplina en la resolución de problemas prácticos.
10. 10. La Historia de las Matemáticas permite mostrar a los estudiantes el papel capital de las Matemáticas en la construcción de la cultura humana.
11. Por su parte, Arteaga & Del Sol (2020), proponen un conjunto de alternativas didácticas para la utilización de la Historia de la Matemática en su enseñanza, que también justifican la necesidad de su inclusión en los libros de textos:
 - La utilización de ejercicios o problemas curiosos tomados de la Historia de la Matemática o de los textos de Matemática Recreativa que hacen referencia a grandes matemáticos.
 - La observación de videos de Historia de las Matemáticas que hagan referencia al surgimiento de determinadas ideas o conocimientos matemáticos tratados en clase o aspectos de la vida y obra de matemáticos famosos.
 - Investigar sobre la vida de grandes matemáticos, destacando sus contribuciones a los contenidos que son objeto de estudio en clases.
 - Utilizar métodos empleados por los matemáticos en sus descubrimientos para la búsqueda y el descubrimiento de los conocimientos matemáticos objeto de estudio.
 - Hacer referencia a los problemas o situaciones problemáticas que tuvieron que enfrentar los matemáticos en su época y que dieron origen a los conocimientos que son objeto de estudio.

En este trabajo, se exponen los resultados de una investigación realizada los autores, en relación con la inclusión de la Historia de la Matemática en los libros de texto de la escuela media cubana.

MATERIALES Y MÉTODOS

La investigación realizada tiene en cierta medida un carácter instrumental (histórico-documental), pues fue necesario una recopilación de los textos escolares utilizados en la escuela media cubana desde la década de los 40 del pasado siglo XX, hasta los que se utilizan actualmente en el siglo XXI como parte del III Perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación.

Se sigue una metodología basada en el análisis de contenido (Cohen et al., 2011)- citados por (Castillo et al., 2021), en tanto permite procesar y revisar dimensiones cualitativas, describir tendencias y características del contenido, así como formular inferencias válidas a partir de ciertos datos.

El análisis se centró en la inclusión de contenidos explícitos sobre la historia de las matemáticas en libros de texto de la asignatura Matemática para la educación media.

Se realizó un estudio de caso de libros que se utilizaron en la escuela media antes de 1959, cuando no existía en el país un plan editorial para la publicación de libros de texto, y los libros que se han utilizado desde 1960 hasta la actualidad, estos últimos editados por la Editorial Pueblo y Educación, fundada el 25 de noviembre de 1971, desde entonces la encargada de publicar los libros de texto de las diferentes asignaturas del plan de estudio para todos los subsistemas del sistema nacional de educación.

La muestra elegida es intencional y por conveniencia- libros en poder de los autores- aunque la muestra es representativa.

Como técnica de investigación se utilizó el análisis de contenido, porque es uno de los métodos empleados frecuentemente para la investigación en Educación Matemática (Fernández-Cano y Rico, 1992)- citado por (Madrid et al., 2018).

Se definieron como unidades de análisis las propias unidades temáticas de cada uno de los libros estudiados y que coinciden con las unidades de los programas de estudio.

Para realizar el análisis se leyeron y analizaron todos los contenidos correspondientes a cada una de las unidades de los libros y posteriormente se categorizaron.

Para el análisis, se tomaron como punto de partida las siguientes categorías:

- Imágenes y algunos datos biográficos de matemáticos que realizaron aportes al contenido objeto de estudio.
- Breves menciones a la historia de la matemática, ya sea en la introducción de los contenidos o en las explicaciones teóricas.

- Ejercicios para investigar sobre la vida y aportes de los grandes matemáticos.
- Ejercicios para resolver extraídos de libros de Historia de las Matemáticas.
- La utilización de métodos utilizados históricamente por los matemáticos para realizar sus descubrimientos.
- La utilización de problemas que aparecen en libros sobre la Historia de la matemática para motivar el estudio de los nuevos contenidos.

Para el análisis se tuvieron en cuenta los libros que se utilizaron en el país en dos momentos históricos, es decir, un primer momento, caracterizado por la carencia de un plan editorial de libros de textos para la escuela (1940 – 1967), y, un segundo momento caracterizado por el surgimiento de un Plan Editorial para la elaboración de libros de texto para la escuela, momento ligado a los Perfeccionamientos del Sistema Nacional de Educación (1970 – hasta la actualidad), que incluye desde el primer perfeccionamiento del sistema educacional cubano hasta la actualidad, los cuales exigieron la elaboración y publicación de nuevos libros de texto para la enseñanza que estuvieran en correspondencia con los nuevos planes y programas de estudio.

RESULTADOS

Carencia de un plan editorial de libros de textos para la educación (1940 – 1967)

Este período se enmarca entre 1940 y 1967. Los libros editados en este período para la escuela fueron elaborados por profesores que se desempeñaba en los Institutos de Segunda Enseñanza. Libros que se editaban por diversas imprentas, que no estaban precisamente al servicio de la educación y que luego, en la década del 60, después del triunfo de la Revolución se reditaron por la Editorial Pueblo y Educación.

Entre estos autores se encuentran:

El profesor Aurelio Ángel Baldor de la Vega (1906 – 1978). Director y profesor del Colegio Baldor, institución educativa privada fundada en la década del 40, que alcanzó fama internacional por sus libros, que se analizaron en este estudio:

- Álgebra de Baldor
- Aritmética de Baldor
- Geometría plana y del espacio y Trigonometría de Baldor

Es importante aclarar que estos libros se utilizan aún en varios países latinoamericanos.

El Dr. Sócrates Rosell Franco. Dr. En Ciencias físico – Matemáticas. Profesor Titular de Matemáticas del Instituto de Entre sus libros se encuentran:

- Aritmética. Volumen I
- Aritmética. Volumen II

El Dr. En Ciencias Físico – Matemáticas Mario Octavio González (1908 – 1999), quién se desempeñó como profesor en el Instituto de Segunda Enseñanza de Matanzas y posteriormente en la Universidad de La Habana. De sus libros publicados que se utilizaron en la segunda enseñanza y que se consultaron en este estudio se encuentran:

- Álgebra Elemental Moderna en dos volúmenes
- Complementos de Aritmética y Álgebra
- Complementos de Geometría y Nociones de Cálculo Diferencia e Integral

El Dr. Antonio Paz Sordía. Profesor Titular de Matemática del Instituto de Segunda Enseñanza de La Habana. Entre los libros seleccionados se encuentran:

- Geometría. Matemática. Tercer Curso
- Geometría. Matemática. Cuarto Curso

Análisis de los libros del profesor Aurelio Ángel Baldor de la Vega

En el texto Aritmética teórico-práctica de Baldor (1986), se hace referencia a los elementos históricos en cuanto a la etimología de los vocablos propios de la asignatura Matemática, lo cual implica remitirse a la historia de las voces antiguas procedentes. Referencia a los sistemas de numeración, su desarrollo hasta la comparación con el usado en la actualidad. Sin embargo, en los capítulos sucesivos no se ofrecen notas históricas ni biográficas de los matemáticos a los que se debe hacer alusión dado el contenido que existe.

En el texto Álgebra de Baldor, en las consideraciones preliminares, se encuentra una imagen acompañada de una breve nota sobre el concepto número en los pueblos primitivos (Figura 1) que posteriormente se amplía en las páginas 28 a la 31



CONCERTO DE NUMERO EN LOS PUEBLOS PRIMITIVOS (25,000-5,000 A. C.). Medir y contar fueron las primeras actividades matemáticas del hombre primitivo. Haciendo marcas en los troncos de los árboles se realizó la numeración. La multiplicación del número, base indispensable para la formación de la ciencia algebraica.

Figura 1. Tomada del texto Álgebra de Baldor (2017)

Estas imágenes se encuentran al inicio de cada capítulo, por ejemplo en el capítulo I, la imagen está acompañada de una nota sobre el Álgebra en el antiguo Egipto, algo similar se encuentra al inicio del capítulo II y en el resto de los capítulos en las imágenes que aparecen se ofrecen algunos datos relacionados con matemáticos famosos de la antigüedad y sus contribuciones al desarrollo de la matemática, aunque el contenido que se aborda en el capítulo no está directamente relacionado con los aportes realizados por estos.

Por ejemplo, en la Figura 2, se hace referencia a Pitágoras, pero el contenido que se trata es multiplicación de monomios y polinomios

Esta peculiaridad se observa en todos los capítulos del libro.

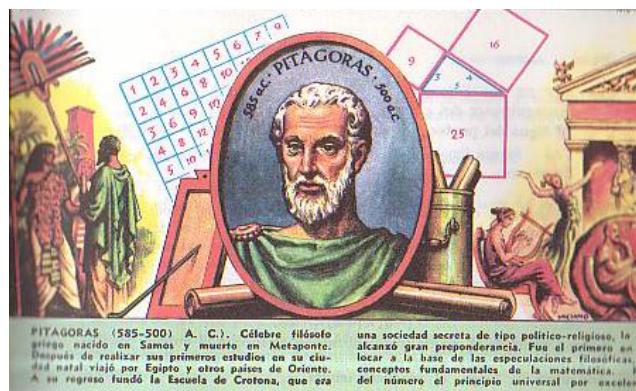


Figura 2. Tomada del texto Álgebra de Baldor (2017)

En el texto Geometría plana y del espacio con una introducción a la Trigonometría, 2004, empieza con una breve reseña histórica de la Geometría Plana, a la que se dedican 6 páginas, donde se destacan los aportes de los babilonios, egipcios y griegos, así como los aportes al desarrollo de la geometría de los grandes matemáticos de esa época, entre ellos, Tales de Mileto, Pitágoras de Samos, Euclides, Platón, Apolonio de Pérgamo, Arquímedes de Siracusa, Herón de Alejandría, así como, se hace referencia a los tres problemas más famosos de la Geometría: la cuadratura del círculo, trisección del ángulo y la duplicación del cubo. Se hace mención además a la geometría no euclíadiana.

Una reseña similar, pero más detallada, se encuentra en el texto español *Cómo superar las matemáticas de 3ro de B.U. Problemas resueltos y problemas propuestos y problemas propuestos con solución*, de Taniguchi, 1981.

Ahora bien, cabe preguntarse, si una reseña como esta sería conveniente o no en un libro de texto de matemática o si es más productivo pedir a los alumnos que la

hagan buscando información en textos de Historia de la Matemática o en sitios web disponibles en INTERNET, como, por ejemplo, la Wikipedia.

En el primer capítulo, Generalidades, aparece una imagen (Figura 3), donde se hace referencia al Papiro del RHIND

Imágenes como esta se pueden encontrar al inicio de cada capítulo del libro, que hacen referencia muy breve a determinados aspectos históricos, en unos casos refiriéndose a matemáticos de la época y en otro a diferentes culturas.

Resumiendo, se puede afirmar que, en los textos de Baldor, los aspectos relacionados con la Historia de la Matemática se limitan a ofrecer imágenes con una breve información histórica, básicamente de la vida y aportes de los matemáticos de la antigüedad, así como, de las diferentes culturas y escuelas que existieron en el desarrollo de la matemática.

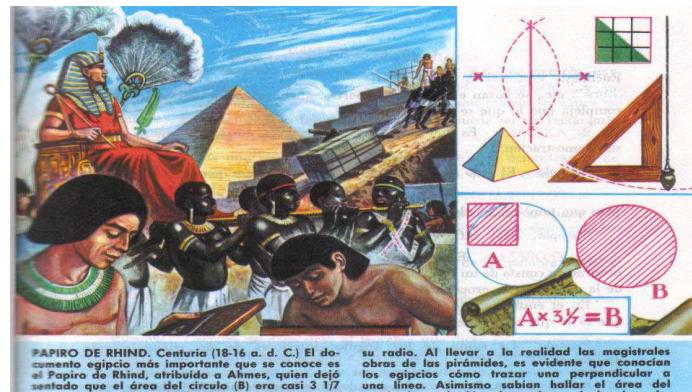


Figura 3. Tomada del libro Geometría Plana y del Espacio con una introducción a la Trigonometría de Baldor (2004)

Análisis de los libros de texto del Dr. Sócrates Rosell Franco

Aritmética. Volumen I. Dr. Sócrates Rosell Franco. Matemática Primer Curso. Para las edades 12-13 años. La Habana, 1963. Se analizan los sistemas de numeración en diferentes regiones y civilizaciones. Se enfatiza en la escritura de los números romanos. Se hace corta alusión a las unidades de medidas en algunos lugares del mundo. No se especifican los elementos históricos. Las notas a pie de página son escasas y no constituyen elementos de referencia a la Historia de las Matemáticas.

Aritmética. Volumen II. 1963. No se encuentran elementos de Historia de las Matemáticas.

Análisis de los libros de texto del Dr. Mario Octavio González

Matemática (Quinto Curso). Tomo I. Complementos de Aritmética y Álgebra. Dr. Mario O. González. (Aplicado en los cursos 1954-1955) impreso en 1967. Existen notas aclaratorias o referencias al pie de página en las que se refieren obras de matemáticos antiguos y de la matemática contemporánea; métodos aplicados en un ejercicio dado por diferentes matemáticos. Origen histórico del número irracional. Historia del surgimiento de los signos de relación. Números complejos y su reseña histórica. Forma de escritura de Euler para los números combinatorios. Triángulo de Pascal o de Tartaglia. Fórmula del binomio de Newton. Fórmula de resolución de ecuaciones cúbicas en honor a Nicolo Fontana y se describen apuntes biográficos del mismo. Definiciones respecto a ecuaciones con casos irreducibles. Análisis del desarrollo histórico y evolución de la solución de ecuaciones más complejas.

Matemática (Quinto Curso). Tomo II. Complementos de Geometría y Nociones de Cálculo Diferencial e Integral. Dr. Mario O. González. (Aplicado en los cursos 1954-1955), impreso 1967. Hace alusión a síntesis biográficas de notables matemáticos con los que se relaciona el contenido que se trata. Ejemplos como teorema de Dandelin para el tratamiento de las secciones cónicas. Figuras representativas como René Descartes. Ofrece datos de la utilización de la Geometría de la regla. Geometría del compás dada a conocer en Francia por Napoleón Bonaparte a su regreso de la Campaña de Italia.

Geometría. Matemática Cuarto Curso. Dr. Antonio Paz Sordía. Profesor Titular de Matemática del Instituto de Segunda Enseñanza de La Habana. En este texto no se incluyen elementos donde se relacione la Historia de las Matemáticas con la Geometría que se trata.

Surgimiento de un Plan Editorial para la elaboración de libros de texto para la escuela. Perfeccionamientos del Sistema Nacional de Educación (1970 – hasta la actualidad)

Este momento, como ya se afirmó, está ligado a dos acontecimientos muy importantes en la elaboración y edición de los libros de texto: la fundación en 1971 - 25 de noviembre- de la Editorial Pueblo y Educación, que se encargaría en lo adelante de la publicación de libros de texto para los diferentes niveles de enseñanza de los distintos subsistemas de educación, y los perfeccionamientos continuos del Sistema Nacional de Educación.

En este momento se reconocen tres etapas, coincidiendo con los perfeccionamientos del Sistema Nacional de Educación. Una etapa que abarca desde 1975 a 1987, una segunda etapa de 1987 al 2013, y una tercera etapa del 2013 hasta la actualidad.

Primera Etapa. Primer perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación (1975 - 1987)

Matemática 1. Año 1975. Libros adaptados de la RDA para la educación popular. Impreso en la Unión Soviética. No se perciben elementos históricos.

Matemática 2. Año 1975. Libro adaptado del original alemán. De manera semejante al texto Matemática 1, no se evidencia la existencia de elementos de la Historia de la Matemática.

Matemática 4. Año 1975. Estos también adaptados del alemán para la educación en Cuba, no se evidencia la existencia de elementos de la Historia de la Matemática.

Matemática 5. Año 1976. Estos también adaptados del alemán para la educación en Cuba, no se evidencia la existencia de elementos de la Historia de la Matemática.

Matemática 6. Año 1977. Traducido del alemán para la educación en Cuba. En este texto se incluyen elementos históricos al final de algunos capítulos en los que se relatan el desarrollo de los números los métodos de cálculo. Representación de escritos en papiros egipcios en 1700 a.n.e. Primeras cifras arábigas aparecidas en Europa tomado de un manuscrito confeccionado en España en año 976, tiempo en que este país estaba ocupado por árabes. Tablas para aprender símbolos numéricos arábigos. Tablas para multiplicar de un libro alemán en el año 1500. Antecedentes de la matemática en la antigua Grecia. Aprendizaje en mesa de cálculo en 1514. En otro de los capítulos se ofrece una información histórica de la Geometría que data de 2500 años atrás. Se brindan significados de la geometría, con elementos abordados por los matemáticos de Egipto, Mesopotamia. La evolución de la Matemática para la etapa del Renacimiento. Tiempo en que surge la imprenta, las armas de fuego y aparejado al descubrimiento de América.

Matemática 7. Año 1978. Se evidencia la utilización de elementos de la HM, como, por ejemplo, datos biográficos de George Cantor relacionado con la teoría de Conjuntos en 1845. Sistema de numeración utilizado por los babilonios, los romanos, chino, indio, maya, egipcio, cuneiforme. Sistema binario. Breve historia de la Geometría. Significado de vocablos a partir de su origen. Sistemas de Medidas y sus aplicaciones. La necesidad de acudir a la historia para comprender ejemplos tales como: la yarda, el pie, el paso, la pulgada, la braza, el codo, la toesa, etc.

Matemática 7. Año 1978. Traducido y adaptado del alemán para la educación en Cuba. En final del capítulo B se ofrece una información histórica sobre los números racionales y una panorámica de la HM. En el capítulo E

se describe la historia de la teoría de la circunferencia. A partir de la referencia de la obra de Los Elementos de Euclides en 1482.

Matemática 8. Año 1979. Adaptado del alemán. No se ofrecen elementos de la HM.

Matemática 9. Año 1980. Adaptado del alemán. No existen referencias a la HM.

Matemática 6. Año 1982. No se aprecian elementos de la HM.

Matemática 10. Año 1981. Colectivo de autores encabezado por Horst Lemke. Se refleja algún dato histórico relacionado con la inducción completa, el surgimiento del signo de sumatoria introducido por Euler. En los coeficientes binomiales en lo referido al triángulo de Pascal. Se hace mención al matemático y astrónomo alemán Karl Friedrich Gauss. Algoritmo de Euclides, de Horner, método de aproximaciones de Newton. No existen reseñas históricas.

Matemática 11. Año 1978. No existen reseñas históricas.

Matemática 12. Año 1979. No se ofrecen reseñas históricas.

Segunda etapa. Segundo Perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación (1987 - 2013)

En los libros de texto de Matemática 7. Año 1989, Matemática 8. Año 1990, Matemática 9. Año 199, Matemática 10. Año 1989, se hace una breve reseña histórica al inicio de cada capítulo, donde se abordan esquemáticamente algunos aspectos relacionados con el surgimiento del álgebra, el signo radical, la trigonometría y aplicaciones de la trigonometría.

Cambios realizados en 1991. Edición de nuevos libros de texto

En los textos de Matemática 5, Matemática 6. Año 1990, para la escuela primaria, se ofrecen datos históricos relacionados con cada uno de los capítulos, por ello al inicio de cada uno de los mismos existe una breve reseña.

En los Textos de Matemática 7.8.9. grados de los años 2014-2015. Se ofrecen referencias históricas sobre contenidos matemáticos y reseñas biográficas de reconocidos matemáticos de todos los tiempos.

Matemática 12. (I). Año 1991. Existen referencias históricas al iniciar cada uno de los capítulos en temas sobre: Combinatoria y probabilidades, surgimiento de los números complejo y la Geometría del espacio.

Matemática 12 (II) Año 1991. No existen referencias históricas.

Tercera etapa. Tercer Perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación (2013 hasta la actualidad)

En el actual perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación, en la elaboración de los nuevos libros de texto para la escuela media, se han incluido en todos los libros de texto contenidos de Historia de la Matemática. Solo se tomó como referencia para hacer el análisis los libros de texto de 7mo y 10mo grado, ya que la forma de incluir estos contenidos no es similar.

Por ejemplo, en el libro de texto de 7mo grado se encuentran referencias a contenidos históricos tanto en la introducción de algunos capítulos, como al final. Tal es el caso de la reseña sobre el origen de las reglas para operar con números racionales en el libro de texto de 7mo grado que, aparece al final del capítulo, algo que se hace en la introducción del capítulo *Geometría plana y cuerpos* del texto de este mismo, donde se hace referencia a Platón, Thales de Mileto, René Descartes y David Hilbert, así como al significado de la palabra Geometría.

En el capítulo *Trabajo con variables* en este mismo grado, se hace una breve reseña histórica sobre los orígenes del Álgebra.

En la página 201 del libro de texto de 7mo grado se ofrecen algunos datos biográficos de Euclides de Alejandría y se muestra una parte de su obra clásica *Los elementos* como se puede apreciar en la Figura 4.



Figura 4: Facsímil de una publicación de Los Elementos (tomo del texto Matemática 7mo grado)

El epígrafe de resolución de problemas del capítulo *Trabajo con variables*, de 7mo grado se inicia con una referencia histórica del papiro de Ahmés, conocido también como papiro de Rhin, donde se plantea uno de los 85 problemas que se encuentran en dicho documento.

En este capítulo se ofrecen también datos biográficos sobre Diofanto de Alejandría. Siguiendo la línea de Baldor, en ocasiones estas síntesis se acompañan con imágenes

de estos matemáticos, de la portada o fragmentos de libros escritos por ellos, como el caso del libro, tal y como se muestra en la Figura 5.



Figura 5: Imagen de Diofanto de Alejandría (tomado del texto Matemática 7mo grado)

Los elementos de Euclides. En este mismo capítulo se plantea el problema que aparece en la tumba de Diofanto y que conduce a una ecuación lineal en una variable.

También se pueden encontrar en este capítulo datos biográficos de René Descartes y su contribución al Álgebra y se hace una mención a François Viète.

Es de resaltar que, en el libro de 7mo grado, en el capítulo trabajo con variables, se encuentra un problema de la antigüedad que aparece en el libro Álgebra Recreativa de Perelmán bajo el nombre *La ecuación piensa por nosotros*.

En el libro de texto de 10mo grado se encuentran secciones, tales como: *De la historia, Saber más y Sabías qué*, en las que se abordan, algunos aspectos de la Historia de la Matemática, por ejemplo:

En el capítulo *Los números reales y el procesamiento de datos*, en la sección *De la Historia*, se hace una referencia biográfica breve de John Venn (1834 – 1923). Donde se resalta su método de representación gráfica de proposiciones, llamado diagramas de Venn.

En la sección *Saber más*, de este mismo capítulo, se hace referencia a las fracciones de unitarias y el modo en que se representaban. De igual manera en la sección *De la Historia*, se hace un breve comentario sobre el origen de los diferentes signos que se utilizan para la división “:”, así como, un comentario sobre la aparición de algunas proposiciones matemáticas, tales como, la que expresa que el producto de dos números es igual a la diferencia del cuadrado de su promedio menos el cuadrado de su semidiferencia:

$$a \cdot b = \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 - \left(\frac{a-b}{2} \right)^2 \quad (1)$$

Breve referencia sobre la abreviatura para los logaritmos “log”, la elaboración de las tablas que dan los logaritmos y de su inventor John Naper. Se hace referencia al matemático Karl Pearson, cuando se abordan las medidas de tendencia central.

En el capítulo *Trabajo con Variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones*, aparecen algunas notas históricas sobre el origen de determinados conocimientos, como, por ejemplo, en la Introducción a esta unidad se hace referencia a Fracois Viète y Leonard Euler y en el capítulo *Funciones modulares y potenciales*, donde se relata brevemente acerca del origen del concepto función, resaltando los aportes de Galileo Galilei, Isacc Newton, Gotfried Leibnitz y Leonard Euler. Algo similar se hace en la introducción al capítulo *Trigonometría y sus aplicaciones*.

A pesar de que en los libros elaborados y los que se elaboran como parte del tercer perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación, se observa una mayor presencia de contenidos de la Historia de la Matemática, estos solo se limitan a referencias biográficas, datos sobre el origen de determinados conocimientos o entes matemáticos. No se observa, en los libros, excepto un único caso en el libro de 7mo grado, ejercicios y problemas que aparecen en los textos de algunos matemáticos, tal y como aparecen distribuidos por todos los capítulos en el libro de Taniguchi, 1981. Eso último es un aspecto, además de necesario, muy útil para desarrollar el gusto y el interés de los alumnos por la Matemática y para desarrollar el pensamiento y la capacidad de razonamiento matemático de estos.

Otro aspecto que no se observa en los libros de texto analizados en este estudio, es la utilización de métodos utilizados por los matemáticos de la antigüedad en la obtención de conocimientos matemáticos, los cuales pueden y deben ser enseñados a los alumnos como parte de las estrategias de búsqueda y/o descubrimiento.

CONCLUSIONES

La inclusión de la Historia de la Matemática en los libros de texto para la escuela media cubana, se ha limitado a la inclusión de imágenes y algunos datos biográficos de matemáticos que realizaron aportes al contenido objeto de estudio, así como, breves menciones al origen de determinados conocimientos objeto de estudio, ya sea en la introducción de los capítulos o en secciones específicas para abordar estos aspectos de manera muy escueta y puntual. No se aprecian ejercicios para investigar sobre la vida y aportes de los grandes matemáticos, ejercicios para resolver extraídos de libros de Historia de las

Matemáticas, la utilización de métodos utilizados históricamente por los matemáticos para realizar sus descubrimientos, ni la utilización de problemas que aparecen en libros sobre la Historia de la matemática para motivar el estudio de los nuevos contenidos.

No fue práctica habitual hasta hoy, la inclusión de contenidos de carácter histórico en la elaboración de los libros de textos de Matemática para la escuela media, esto se hacía por iniciativa propia de los autores. En el actual tercer perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación, se ha seguido como línea lograr una mayor presencia de elementos de carácter histórico en la elaboración de los libros de texto, lo cual está en correspondencia con las sugerencias que se dan en los lineamientos e ideas claves para el trabajo metodológico en la asignatura matemática en la escuela cubana.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta, S., Gort, M., Quintana, A., Báez, L., García, L., González, C., Cantero, R.M., & Cantón, J. (2013). Matemática 7mo grado. Pueblo y Educación.
- Álvarez, M., Almeida, B., & Villegas, E. (2014). El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos. Pueblo y Educación.
- Arteaga, E. (2017). La Historia de la Matemática en la Educación matemática. Revista Conrado, 13(59), 62-68. <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrad>
- Arteaga, E., Maquila, E. L., & Del Sol Martínez, J. L. (2020). Alternativas didácticas para la inclusión de elementos de carácter histórico en la enseñanza de la Matemática en la escuela media. Revista Conrado, 16(74), 22-29.
- Baldor, A. (2004). Geometría plana y del espacio con una introducción a la trigonometría. Publicaciones Cultural, S. A. de C. V. México.
- Baldor, A. (1986). Aritmética. Ediciones y Distribuciones CÓDICE, S. A. Madrid
- Baldor, S. A. (2017). Álgebra. Grupo Editorial Patria. México.
- Ballester, S. (2009). Raíces de la Didáctica de la Matemática en Cuba. VARONA, (48-49), 88-94. <https://www.redalyc.org/pdf/3606/360636904014.pdf>
- Bel, J. C., y Colomer, J. C. (2018). Teoría y metodología de investigación sobre libros de texto: análisis didáctico de las actividades, las imágenes y los recursos digitales en la enseñanza de las Ciencias Sociales. Revista Brasileira de Educação, 23(e230082), 1-23
- Castillo, M. J., Burgos., M., y Godino, J. D. (2021). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. Educação e Pesquisa, 47, 1- 25
- Fernández, M. P., & Caballero, P. A. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 20(1), pp. 201---217.
- González, M. T., y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. Enseñanza de las Ciencias, 22(3), 389-408
- González, M. O. (1968). Complementos de Geometría y Nociones de cálculo diferencial e integral. Pueblo y Educación.
- González, M. O. (1967). Complementos de Aritmética y Álgebra. Pueblo y Educación, La Habana.
- Madrid, M. J., Maz, A., León, C., & López, C. (2018). La historia de las matemáticas en libros de texto de matemáticas de los primeros cursos de la ESO. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García y A. Bruno (Eds.), Investigación en Educación Matemática XXII (pp.310-319). Gijón: SEIEM.
- Occeli, M. & Valeiras, N. (2013) Los libros de texto de ciencias como objeto de investigación: una revisión bibliográfica. Enseñanza de las Ciencias, 31(2), pp. 133-152.
- Palenzuela, H. (2017). ¿Por qué incluir la Historia de la Matemática en el aula? [Tesis doctoral. UNIVERSIDAD DE ALMERIA. España]
- Paz, A. (1966). Matemática. Cuarto curso. Pedagógica.
- Rosell, S. (1964). Aritmética. Volumen I. Nacional de Cuba.
- Rosell, S. (1966). Aritmética. Volumen II. Pedagógica.
- Taniguchi, P. (1981). Cómo superar las matemáticas de 3o de B.U.P. EDUNSA, S. A.