

# 13

## EL DESARROLLO DE LA CREATIVIDAD EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. EL RETO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN EL SIGLO XXI

### THE DEVELOPMENT OF CREATIVITY IN TEACHING OF MATHEMATICS. THE CHALLENGE OF MATHEMATICS EDUCATION IN THE XXI CENTURY

MSc .Lisdaynet Armada Arteaga<sup>1</sup>

E-mail: [lisdarte1985@gmail.com](mailto:lisdarte1985@gmail.com)

Dr.C. Eloy Arteaga Valdés<sup>1</sup>

E-mail: [earteaga@ucf.edu.cu](mailto:earteaga@ucf.edu.cu)

MSc. Jorge Luis del Sol Martínez<sup>1</sup>

E-mail: [jlmartínez@ucf.edu.cu](mailto:jlmartínez@ucf.edu.cu)

<sup>1</sup>Universidad de Cienfuegos. Cuba.

#### ¿Cómo referenciar este artículo?

Armada Arteaga, L., Arteaga Valdés, E., & Del Sol Martínez, J.L. (2016). El desarrollo de la creatividad en la enseñanza de la Matemática. El reto de la educación Matemática en el siglo XXI. Revista Conrado [seriada en línea], 12(54). pp.84-92. Recuperado de <http://conrado.ucf.edu.cu/>

#### RESUMEN

El desarrollo de la creatividad en la enseñanza de la Matemática es una aspiración y una preocupación de los educadores matemáticos desde la segunda mitad del siglo pasado. Esta problemática la hemos concebido como el principal reto de la Educación Matemática en el actual siglo XXI. Es por ello que se pretende, a partir de las investigaciones y los estudios que se han realizado sobre la temática, exponer ideas acerca de cómo el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la escuela puede contribuir al desarrollo de esta importante cualidad de la personalidad de los estudiantes, así como crear conciencia en los educadores matemáticos de la necesidad que hoy tenemos de estimular y propiciar las potencialidades creativas de los alumnos desde la enseñanza de esta ciencia.

#### Palabras clave:

Creatividad, potencialidades creativas, proceso de enseñanza-aprendizaje, educación matemática, desarrollo de la creatividad.

#### ABSTRACT

The development of creativity in the teaching of mathematics is an aspiration and concern of mathematics educators from the second half of the twentieth century. This problem we have designed as the main challenge of Mathematics Education in the current century. That is why this conference we intend, from research and studies on the subject have done, our ideas about the teaching - learning of mathematics in school can contribute to the development of this important quality personality of the students, as well as create awareness among mathematics educators of the need we have today to stimulate and encourage the creative potential of students from the teaching of this science.

#### Keywords:

Creativity, creative potential, the teaching learning process, mathematic education, creativity development

## INTRODUCCIÓN

En 1955, cinco años más tarde en que el psicólogo norteamericano Guilford, (1950, citado por Mitjans, (1995), en calidad de presidente de la “American Psychological Association,” impartió la conferencia “Creativity” y también después de cinco años de haberse constituido la Commission Internationale pour l’Étude et l’Amélioration de l’Enseignement des Mathématiques- Comisión Internacional para el Estudio y el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática-(CIEAEM), el educador matemático español, Puig Adam (1955), citado por Rico (1997),-escribió diez normas o sugerencias didácticas para enseñar matemática, que hoy se conocen bajo el nombre de “Decálogo de la Didáctica de la Matemática Media”

Decía Puig Adam (1955), citado por Kilpatrick, Rico & Sierra, (1994, p.137):

*“Se me piden normas didácticas. Preferiría despertar una conciencia didáctica: sugerir formas de sentir antes que modo de hacer. Sin embargo, por si valieran, ahí van las sugerencias que estimo más fundamentales:*

1. No adoptar una didáctica rígida, sino amoldada en cada caso al alumno, observándolo constantemente.
2. No olvidar el origen concreto de la Matemática ni los procesos históricos de su evolución.
3. Presentar la Matemática como una unidad en relación con la vida natural y social.
4. Graduar cuidadosamente los planos de abstracción.
5. Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno.
6. *Estimular dicha actividad despertando el interés directo y funcional hacia el objeto del conocimiento.*
7. Promover en todo lo posible la autocorrección.
8. Conseguir cierta maestría en las soluciones antes de automatizarlas.
9. Cuidar que la expresión del alumno sea traducción fiel de su pensamiento.
10. Procurar a todo alumno éxitos que eviten su desaliento.

Como se puede apreciar, me tomé la libertad de destacar la sugerencia número seis, porque en ella aparece explícitamente la necesidad de desarrollar la creatividad en la enseñanza de la Matemática, aunque si nos detenemos en las otras nueve podemos percatarnos que en cada una de ellas se hace alusión de manera implícita a la creatividad,

pues ellas se refieren a cuestiones que hay que tener en cuenta en el desarrollo de la creatividad.

No es de extrañar que Puig Adam abogara por una enseñanza creativa de la Matemática, pues él fue miembro fundador de la CIEAEM), y en la introducción de una monografía escrita por Lucienne, (1985), citado por Rico (1997), que da cuenta de las actividades de esta comisión, puede leerse en uno de sus párrafos lo siguiente:

*“La Comisión fue creada después de la terrible crisis de la guerra de 1940-1945. La vuelta a la vida normal es una ocasión de una renovación para todos y, en particular, de los profesores de matemáticas. La cuestión es confrontar los problemas eternos de la pedagogía comprender el pensamiento de los niños y de los alumnos durante su desarrollo, suscitar la creatividad, evitar el dogmatismo, utilizar un lenguaje apropiado, enseñar ciertas técnicas,... etc.)...”(Lucienne, citado por Rico, 1997, p21)*

Estos dos documentos que datan de los inicios de la segunda mitad del pasado siglo XX, dan cuenta de la necesidad de desarrollar la creatividad de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Ambos documentos tiene un valor histórico de incalculable valor, pues permiten comprender cómo el problema relacionado con el desarrollo de la creatividad de los niños y jóvenes ha sido una preocupación de los educadores matemáticos desde el mismo momento en que se tomó conciencia que las matemáticas constituían una de las claves para el progreso científico-técnico, pues el aprendizaje de esta ciencia desarrolla formas de razonamiento inherentes a la propia ciencia Matemática y en general al trabajo científico y práctico del hombre.

Hay otras ideas, unas generales que dimanen de los retos de la enseñanza de las ciencias en el nuevo milenio y otras más específicas que se derivan de las exigencias de las transformaciones que hoy se operan en el ámbito de la Educación Matemática a nivel internacional, en lo que a cambios metodológicos aconsejables se refiere, que refuerzan nuestra posición que una de las tareas que hoy tiene ante sí la Educación Matemática es el desarrollo de una enseñanza creativa que incite y promueva el desarrollo de la creatividad de nuestros niños y jóvenes. Para nadie es un secreto que el pensamiento Matemático requiere de una alta dosis de creatividad.

Hoy se busca una educación de calidad y la Educación Matemática no escapa a ello. Lo anteriormente expresado permite comprender la estrecha relación que hay entre los conceptos calidad y creatividad.

Esta relación se ha reconocido por algunos investigadores, por ejemplo, al referirse a la creatividad, el español

De la Torre, en el prólogo del libro *“La creatividad y sus implicaciones”* de un colectivo de autores cubanos señala que *“la creatividad no es una entelequia, sino un potencial personal y grupal que se proyecta en cualquier actividad profesional o humana. De ahí que esté presente en cualquier planteamiento orientado a la mejora de la calidad”* (Chibás, et al. 1993, p 4)

Por su parte, Martínez (1990, p 2), refiriéndose a la educación afirmó que *“no se puede hablar de calidad educacional al margen de la creatividad”*.

Todo lo expresado hasta aquí permite afirmar que si se quiere una Educación Matemática de calidad, de manera que prepare a nuestros niños y jóvenes para enfrentar el mundo cambiante y complejo en que vivimos, entonces no nos queda otra opción que reconocer que el principal reto que hoy tienen la Educación Matemática y los educadores matemáticos es precisamente el desarrollo de la creatividad de nuestros alumnos, pero no de la creatividad Matemática, sino de la creatividad general como una cualidad de la personalidad que se expresa en aquellas áreas donde la personalidad del alumno se encuentra fuertemente comprometida.

La enseñanza de la Matemática en nuestras escuelas tiene mucho que hacer en esta dirección. No se trata de imponer, se trata de comprender que la renovación que la Educación Matemática necesita en este siglo XXI tiene que hacerse al estilo innovador y no al estilo adaptativo. Es necesario revolucionar todo el quehacer de los educadores matemáticos. Se trata de la búsqueda de nuevas estrategias que estimulen y propicien el desarrollo del potencial creativo de nuestros alumnos.

Como Puig Adam (1955), citado por Rico (1997), el propósito de los autores no es dar normas o sugerencias aunque en algunos momentos se ofrezcan, sino crear conciencia de la necesidad que hoy tenemos de un nuevo enfoque en la enseñanza de la Matemática que tenga como eje central el desarrollo de la creatividad de nuestros alumnos.

## DESARROLLO

*Algunas reflexiones acerca de la creatividad y su desarrollo*

No se pretende hacer un análisis de las definiciones o caracterizaciones del término que pueden encontrarse en la literatura, sino referirse a aquellas que a juicio son las que mejor se ajustan a lo que se pretende exponer aquí hoy.

Analizar solo dos definiciones, la primera, que abordan la creatividad como una actividad y la segunda, que la concibe como un proceso de la personalidad, ambas permiten comprender, por un lado, aquellos recursos personológicos que están comprometidos con el comportamiento creativo

y que sin lugar a dudas la enseñanza tiene que potenciar, y, por otro lado, las alternativas o estrategias que se deben utilizar para su desarrollo.

El psicólogo ruso, Vigotsky (1987, p34), definió la creatividad como actividad, y en tal sentido expresó: *“cualquier tipo de actividad del hombre que cree algo nuevo, ya sea cualquier cosa del mundo exterior producto de la actividad creadora o cierta organización del pensamiento o de los sentimientos que actúe y esté presente solo en el propio hombre”*

En esta definición se pueden reconocer dos aspectos fundamentales, el primero, la creación de algo nuevo, y que ese producto nuevo puede ser algo del mundo exterior o algo que ya existe, pero que para el individuo es nuevo. Se puede comprender así que el alumno puede crear (obtener un nuevo conocimiento) como parte de su actividad docente.

Cuando el alumno establece nuevas conexiones o relaciones entre los conocimientos que ya posee y como resultado obtiene un nuevo conocimiento, eso puede ser considerado como un producto nuevo para él independientemente que haya sido descubierto por la ciencia. Por ejemplo, se supone que un alumno relaciona las fórmulas ya conocidas para calcular la longitud de un arco de circunferencia

y el área de un sector circular:  $\frac{b}{L} = \frac{\alpha}{360^\circ} \frac{b}{L} = \frac{\alpha}{360^\circ}$  y  $\frac{A_s}{A_c} = \frac{\alpha}{360^\circ}$

$\frac{A_s}{A_c} = \frac{\alpha}{360^\circ}$ , como resultado del análisis de ambas fórmulas, al comparar sus miembros derechos, llega a la conclusión que:

$$\frac{b}{L} = \frac{A_s}{A_c}$$

Obteniendo así una nueva fórmula que permite relacionar la longitud del arco, la longitud de la circunferencia, el área del círculo y el área del sector circular.

Este algo nuevo, para el alumno no para la ciencia matemática, es producto de su razonamiento, lo que Vigotsky (1987) llamó, organización de su pensamiento.

Otro aspecto muy importante de la definición que da este autor es el componente afectivo, es decir, los sentimientos, para él la creación no solo se da con la participación de los recursos cognitivos que posee el individuo, sino también, con la participación de los recursos afectivos.

No obstante, según este autor, ese algo nuevo es un producto que se consigue con la participación de uno de los dos.

Para comprender mejor cómo participan los recursos cognitivos y afectivos en la actividad creadora, hay que analizar lo que opina Mitjás (1994, p38), al analizar la actividad creadora, esta autora señala: *“Ninguna actividad creadora es posible o explicable solo por elementos cognitivos o afectivos”*

que funcionan independientemente unos de otros. Actividad creadora es la de un sujeto que, precisamente, en el acto creador, expresa sus potencialidades de carácter cognitivo y afectivo en unidad indisoluble. Y es precisamente esa unidad condición indispensable para el proceso creativo”.

Es decir, no basta con que el individuo tenga los recursos cognitivos que le permitan crear ese algo nuevo, es indispensable que quiera y sienta la necesidad de hacerlo.

Más adelante esta misma autora expresa: “en el descubrimiento de un problema, en el hallazgo de una nueva estrategia de solución, en la elaboración de una novedosa teoría están presentes y son decisivos procesos intelectuales complejos, donde el pensamiento juega un rol fundamental, pero a su vez, esos procesos intelectuales no funcionan con independencia de la esfera motivacional del sujeto, aún más operan allí donde la motivación del sujeto está comprometida, en el área donde el sujeto ha desarrollado sus intereses y se gratifican sus principales necesidades. El proceso creativo está pleno de vivencias emocionales, ya sea de carácter positivo o negativo. Estas vivencias son indicadores de la significación que en el plano afectivo tiene para el sujeto su actividad creadora, no constituyendo un simple resultado del proceso, sino parte del proceso mismo al que se integran en calidad de elementos dinamizadores” (Mitjás, 1994, p.38)

En esta afirmación, Mitjás, no solo explica como intervienen los recursos cognitivos y afectivos en el acto creativo, sino que hace referencia a la creatividad como un proceso, destacando además, que es un proceso en el que se descubre algo, y esto hace que se comprenda mejor cómo se interpreta la creatividad en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El alumno, por regla general, no crea nada nuevo en el aprendizaje, sino que descubre cosas nuevas para él. Por eso Puig Adam (1955), citado por Rico, (1997), insistió en la necesidad de enseñar Matemática guiando la actividad creadora y descubridora del alumno.

Lo anteriormente planteado está en consonancia con la caracterización que hace esta autora de la creatividad. Al respecto afirma: “En síntesis, creatividad es el proceso de descubrimiento o producción de algo nuevo que cumple exigencias de una determinada situación social, proceso que, además tiene un carácter personalógico.” (Mitjás, 1994, p 35)

Hasta aquí se ha referido, a grandes rasgos, a tres de las dimensiones de la creatividad: el proceso, la persona y el producto, pero no hemos mencionado la cuarta y la quinta dimensión: el entorno y las tareas que exigen crear e innovar.

No se debe olvidar que el proceso ocurre en la persona y que el producto es un resultado de ese proceso, pero al mismo tiempo la persona se desarrolla o desenvuelve su vida en un entorno familiar, escolar, social, en sentido

general, y que ese entorno puede facilitar u obstaculizar ese proceso de creación y la expresión de las potencialidades creativas de las personas.

Podemos preguntarnos: *¿qué debe caracterizar el entorno o el ambiente en el salón de clases para que impere en él un clima propicio para la expresión de las potencialidades creativas de los alumnos?*

De extraordinario valor para este análisis son las reflexiones de, De la Torre, cuando expresó: “Las aportaciones más originales y creativas surgen en climas de seguridad psicológica, en situaciones en las que el profesor fomenta y valora la exteriorización de ideas personales.” De la Torre, (1989, p.19)

Lo planteado por De la Torre, impone nuevas exigencias a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del aula y al rol del docente y de los alumnos.

Resulta obvio que el rol del profesor debe cambiar. Para propiciar la actividad creadora del alumno, el profesor, en un principio, debe adoptar una actitud “estimuladora-participativa-activa”; la que será emplazada posteriormente por una actitud “estimuladora-participativa-no activa”.

La actitud estimuladora-participativa-activa, se caracteriza porque el profesor participa en la acción creadora del alumno, utilizando preguntas para activar el pensamiento de los alumnos y para propiciar la reflexión, el cuestionamiento, la valoración y el análisis crítico.

Por su parte la actitud estimuladora-participativa-no activa, se caracteriza porque el profesor se distancia, de forma intencional y consciente, de las actividades o tareas que están realizando los alumnos, para propiciar su acción creadora independiente. Arteaga, (2001, p.90)

Con relación a las tareas, que deben emplearse para el desarrollo de la creatividad del alumno, Mitjás (1990, 1994), destaca dos aspectos importantes de este tipo de tareas:

1. Tener siempre un carácter productivo y no reproductivo; constituir un reto a sus capacidades, incitarlo a reflexionar y a trascender lo dado; deben ser en esencia, creativas. Esto coadyuvará a desarrollar capacidades cognitivas, intereses y actitudes favorables a la creatividad.
2. Ser tan diversificadas tanto como sea posible para permitir posibilidades de elección.

Este último aspecto es muy importante por cuanto se logra una mayor implicación personal del alumno con la realización de la tarea y se estimula consecuentemente la seguridad y la confianza en sí mismo.

Finalmente la referida autora agrega: “Un conjunto de tareas en sí mismas productivas, motivantes, seleccionadas

por el propio alumno y estimuladas adecuadamente por el profesor, pueden tener un importante peso dentro de un sistema coherente, a los fines de contribuir al desarrollo de la creatividad” (Mitjás, 1994, p.187-188)

Otros autores como De la Torre, (1994) no ofrecen una caracterización de este tipo de tareas, pero sí deja claro que las tareas donde la respuesta es conocida ofrecen grandes posibilidades para desarrollar la creatividad del alumno. En tal sentido expresó: “No es frecuente encontrar a profesores de Matemática que asuman la creatividad como objetivo dentro de esta asignatura. Sin embargo, ello es posible; basta con proporcionar el resultado en lugar de pedirlo, y solicitar diferentes caminos para llegar a él”. (De la Torre, 1994, p.15)

Al referirse a las tareas que exigen del pensamiento creador para su solución Majmutov (1983, p46), plantea: “las tareas que resuelven los alumnos al nivel del pensamiento creador, se diferencian cualitativamente de las que se resuelven durante el proceso del pensamiento no creador o reproductivo: las primeras siempre tienen un contenido problémico o, en otras palabras, están construidas sobre la base del principio del carácter problémico. Esta diferencia condiciona el empleo de una serie de formas y métodos específicos lógicos y no lógicos, para resolver las tareas y problemas creativos”.

Finalmente, varios autores Pehkonen, (1995); Sanz Lerma (1990); Arteaga, (2002), han llamado la atención hacia el carácter abierto de las tareas con fines de desarrollar la creatividad de los alumnos. Al respecto el primero señala: “Los problemas que se tratan en las matemáticas escolares son usualmente problemas cerrados (o más generalmente tareas cerradas) las cuales no dejan mucho espacio para el pensamiento creativo” (Pehkonen, 1997, p.8)

Del análisis de estas caracterizaciones de la creatividad se pueden extraer algunas ideas importantes que considero indispensables para desarrollar la creatividad de los alumnos en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática:

1. La creatividad es un proceso y como todo proceso se pueden identificar en él un conjunto de etapas.
2. La creatividad no solo incluye el hallazgo de una solución, una idea de solución, sino también, el descubrimiento, es decir, la identificación de un problema.
3. Para propiciar el proceso de producción o descubrimiento es necesario lograr que el individuo tenga los recursos cognitivos necesarios para ello, pero también que quiera y esté dispuesto a implicarse en ese proceso, no basta con que el individuo pueda, sino también, que quiera. Ya lo dijo Puig Adam (1955), citado por Rico (1997), “estimular dicha actividad despertando el interés directo y funcional hacia el objeto del conocimiento”.

4. Crear en el salón de clases un clima favorecedor de la creatividad.
5. Diseñar sistemas de tareas que exija de ingenio y creatividad para su solución (Summo, Voisin & Téllez-Méndez, 2016).
6. Cambio en el rol tradicional del profesor, se requiere de un docente que estimule y propicie el desarrollo de la creatividad de sus alumnos.

#### *Exigencias del proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática para estimular el desarrollo de la creatividad.*

De acuerdo a los estudios y los análisis realizados y que han quedado plasmados en la tesis doctoral, Arteaga (2002), se considera que el proceso enseñanza–aprendizaje de la Matemática escolar, con carácter creativo debe caracterizarse por:

1. Utilizar las amplias posibilidades de aplicación del sistema de conocimientos y el sistema de habilidades de esta asignatura para despertar el interés y fomentar en los alumnos el gusto por la Matemática; unido a lecturas o informaciones sobre la historia de esta ciencia, así como biografías de grandes matemáticos, destacando sus aportes al desarrollo de esta rama del conocimiento.
2. La utilización de acertijos, trucos y juegos que hagan de la Matemática una disciplina amena e interesante, sin que ello llegue a formar en los estudiantes una idea distorsionada de lo que es esta ciencia.
3. El enfoque de la Matemática escolar centrado en la solución de problemas, dando prioridad, siempre que los contenidos lo permitan, a situaciones problemáticas relacionadas con la vida cotidiana del alumno y que puedan ser tomadas del entorno que lo rodea. Los problemas deben ser considerados como recurso didáctico tanto para la adquisición como para la fijación del conocimiento.
4. Propiciar que el alumno ensaye, compruebe, especule, descubra él mismo o con ayuda de los compañeros de clase, las generalidades, las leyes, las reglas, las expresiones que están siempre tras algunas de las aplicaciones de la Matemática.
5. Utilizar métodos y técnicas novedosas que estimulen y propicien el comportamiento creativo y el desarrollo progresivo de la independencia cognoscitiva creadora de los alumnos. En esta dirección los métodos problémicos se presentan como candidatos por excelencia.
6. Desarrollar formas de pensamiento extralógico (no formal) y lógico (formal) que se complementan en la solución creativa de problemas, y que propician la aparición del producto creativo–una idea de solución novedosa u original, una nueva relación, etc.

7. La evaluación debe ser valorativa, que propicie la autovaloración y la autoevaluación en correspondencia con las metas asumidas por el alumno. Renunciar a los temarios cerrados, único para todos los estudiantes, dando la posibilidad a estos para que puedan elegir y ejecutar las tareas o ítems del examen en correspondencia con su nivel real de posibilidades.
8. Propiciar el aprendizaje en pequeños grupos, tanto en la búsqueda del conocimiento como en la solución de problemas nuevos o no rutinarios que requieran de ingenio y creatividad para su solución.
9. Un estilo de comunicación que propicie una elevada motivación hacia el proceso de aprendizaje, que desarrolle los intereses, la seguridad emocional y que refuerce la autoestima, basado en la utilización del diálogo en el proceso de elaboración y construcción del conocimiento.

*Tareas que propician el desarrollo de la creatividad de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.*

La tarea creativa constituye una variedad específica de la tarea docente. Esto significa que en este tipo de tarea, como en cualquier otro tipo de tarea docente, están implícitas las leyes y todos los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje. De esta manera la tarea creativa es la célula fundamental de este proceso, cuando tiene un marcado carácter creador.

Es importante destacar que para identificar una tarea docente como creativa hay que tener en cuenta, en primer lugar, el momento en que se orienta y, en segundo lugar, las particularidades individuales (los conocimientos, las habilidades y las capacidades) que poseen los alumnos. Una tarea puede ser creativa en un momento determinado y en otros no; de igual forma puede ser creativa para un alumno y no para otros.

La tarea creativa, no solo está encaminada a que el alumno descubra la esencia de los nuevos conceptos y relaciones, así como, los procedimientos o modos de actuación para solucionar las tareas particulares de una misma clase. Este tipo de tarea docente también tiene como objetivo detectar y formular nuevos problemas, y buscar nuevas alternativas de solución a problemas cuya solución es conocida.

De esta manera se puede definir la tarea creativa *como aquel tipo de tarea docente que refleja íntegramente la actividad creadora del sujeto que aprende, encaminada a detectar y formular un nuevo problema docente, resolver un problema dado sobre la base de conocimientos y razonamientos determinados, que en ocasiones implica la búsqueda de nuevos modos de acción, o a buscar nuevas soluciones a problemas ya conocidos* (Arteaga, 2001, p.61).

La tarea creativa tiene entre sus funciones cognoscitivas las siguientes:

- » Detectar y formular nuevos problemas docentes.
- » Encontrar nuevos conocimientos (conceptos, leyes, relaciones, reglas).
- » Encontrar vías novedosas y originales para solucionar tareas no rutinarias o no familiares.
- » Proponer nuevas vías de solución y soluciones a problemas ya resueltos.

El método encuentra su expresión concreta en la tarea creativa en las acciones docentes que ejecuta el alumno para resolverla.

Las tareas matemáticas creativas las hemos clasificado en tres grandes grupos:

1. Tareas dirigidas a la identificación y formulación de nuevos problemas docentes (matemáticos).
2. Tareas dirigidas a la búsqueda de nuevos conocimientos, y/o procedimientos de solución.
3. Tareas dirigidas a la aplicación creadora de los nuevos conocimientos y habilidades adquiridas.

Las *tareas dirigidas a la identificación y formulación de nuevos problemas docentes (matemáticos)*, con cuyo planteamiento se inicia la actividad creadora de los alumnos, tienen como característica principal que ellas no pueden ser resueltas empleando los conocimientos y habilidades que posee el alumno, pues en sus estructuras cognoscitivas y operacionales no hay ni conocimientos, ni modos de actuación conocidos que le permitan resolverlas exitosamente. El objetivo de estas tareas es que los alumnos identifiquen el problema que hay que resolver y puedan enunciarlo o formularlo.

Este tipo de tarea también le da la posibilidad al alumno de ofrecer sus ideas acerca de cuál o cuáles son los objetivos de la actividad. Ellas cumplen una función motivacional ya que le permiten al alumno reconocer la necesidad de ocuparse del estudio de un nuevo problema.

Las *tareas dirigidas a la búsqueda de nuevos conocimientos y/o procedimientos de solución*, son las que le permiten al alumno adquirir mediante la investigación o los descubrimientos los nuevos conocimientos. Estas se ejecutan para solucionar el problema que se formuló en la fase inicial de la actividad.

Para que el alumno pueda ejecutar exitosamente las tareas de este tipo, es necesario que domine las acciones que le permitan adquirir esos conocimientos y habilidades.

Una exigencia importante a considerar en el diseño de las tareas de este tipo es que estas deben elaborarse teniendo en cuenta diferentes niveles de ayuda para los

alumnos, en correspondencia con sus posibilidades reales, es decir, se elaboran teniendo en cuenta los principios de la individualización y del incremento gradual del grado de complejidad de las tareas.

Las *tareas dirigidas a la aplicación creadora de los conocimientos y habilidades adquiridas* para buscar soluciones y alternativas de solución a nuevos “problemas” (problemas no rutinarios o no familiares) exigen del más alto nivel de creatividad. Pertenecen a este grupo de tareas los llamados “ejercicios portadores de nueva información”. Este tipo de tareas aportan nuevos conocimientos.

Las tareas de este grupo se utilizan en la fase de fijación o aplicación de los conocimientos y habilidades.

Las tareas creativas, por la forma en que se redacta la información contenida en ellas, pueden ser *cerradas o abiertas*. Las tareas cerradas contienen datos detallados y hechos determinados, en ellas se indica con claridad la exigencia. Su solución se alcanza mediante un análisis correcto de la tarea y estableciendo las relaciones entre las condiciones (datos) y las exigencias (preguntas), así como, entre las condiciones.

Las tareas cerradas tienen solución única, que puede ser conocida o desconocida. Lo mismo sucede con el procedimiento de solución, que puede o no responder a una lógica conocida. Si en la tarea la solución es conocida la actividad del alumno se centra en la búsqueda de la vía de solución y si es desconocida en la búsqueda de la solución.

#### Ejemplos de tareas cerradas de solución conocida:

1. Para los lados  $a$ ,  $b$  y  $c$  de un triángulo ABC se cumple que  $a < b < c$  y que  $b - a = c - b$ . Demuestre que  $a \cdot c = 6Rr$ , donde  $R$  es el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo y  $r$  el radio de la circunferencia inscrita.
2. Sean  $m$  y  $n$  las diagonales de un cuadrilátero inscrito en una circunferencia, y  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ , los lados de dicho cuadrilátero. Demuestra que:  $m \cdot n = ac + bd$   
 $m \cdot n = ac + bd$

#### Ejemplos de tareas cerradas de solución desconocida:

3. De un triángulo cualquiera ABC, se conocen la longitud del lado  $a$  y las amplitudes de los ángulos  $b$  y  $g$  (adyacentes al lado)
  - a. Encuentre la fórmula que permita calcular el área de dicho triángulo a partir de los elementos dados.
4. Hallar el número de cuatro cifras por las condiciones siguientes: la suma de los cuadrados de la cifra de las unidades de millar y de las unidades es igual a 13; la suma de los cuadrados de la cifra de las centenas

y de las decenas es igual a 85. Si del número buscado se resta 1089, se obtiene un número que se escribe con las mismas cifras, pero en orden inverso.

5. Halla las soluciones del sistema siguiente, si se sabe que:  $x, y, z \in \mathbb{N}$ ;  $x > 0$ ,  $y > 0$  y  $z > 0$ :

$$x(x + y + z) = 7$$

$$y(x + y + z) = 4$$

$$z(x + y + z) = 8$$

En las tareas abiertas los componentes estructurales pueden aparecer de dos formas, una, en la que se ofrecen fundamentalmente datos detallados, mientras que la exigencia no se establece con precisión, y otra, en la que la exigencia está bien definida; pero los datos no se expresan con claridad. En este último caso los datos pueden ser más de los que se necesitan, pueden estar encubiertos con hechos adicionales o sencillamente ser insuficientes.

La forma y cantidad de datos que se ofrecen en las tareas abiertas genera tres tipos de tareas abiertas:

- a. Tareas encubiertas.
- b. Tareas sobredimensionadas.
- c. Tareas subdimensionadas.

En las *tareas encubiertas* los datos necesarios, parcialmente o en su totalidad aparecen encubiertos con hechos adicionales, de manera que el alumno tiene que extraer los datos mediante un adecuado análisis de los hechos.

A su vez las *tareas abiertas* pueden ser determinadas o indeterminadas. La tarea es determinada si tiene una cantidad finita de soluciones y es indeterminada si tiene un número infinito de soluciones. Ejemplo de tarea abierta encubierta.

Se tiene un triángulo ABC, para cuyos lados se cumple que  $c^2 = a^2 + b^2$ . ¿Cuáles son las amplitudes de los dos ángulos más pequeños?

En esta tarea el dato que se necesita es la amplitud del ángulo mayor, que aparece encubierto con las longitudes de los lados. Si se analizan bien los hechos el triángulo de que se habla es rectángulo, luego el ángulo mayor tiene una amplitud de  $90^\circ$ .

Las respuestas son varias, y se hallan descomponiendo el 90 en sumas de dos sumandos.

En las *tareas sobredimensionadas* aparecen más datos de los que son necesarios para resolverla.

### Ejemplo de tarea abierta sobredimensionada:

- » Dos trenes parten de una misma estación A, el primero se dirige a una velocidad de  $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  hacia una estación B, situada al este, que dista 120 km. de la estación A, y el segundo, se dirige a una velocidad de  $7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  hacia una estación C, situada al norte, que dista 50 Km. de la estación A. ¿Cuál es la distancia entre las estaciones B y C?

En las *tareas subdimensionadas* no aparecen todos los datos que se necesitan para resolverlas.

### Ejemplo de tarea abierta subdimensionada:

- » Un niño contó el número de patas de los cerdos y las gallinas que tenía su mamá en el patio de la casa, y el resultado fue 12. ¿Cuántas gallinas y cuántos cerdos hay en el patio? Para responder esta tarea se necesita saber cuántas patas hay de cerdos y cuántas hay de gallinas, pero si eso se supiera el problema tendría solución única y dejaría de ser una tarea abierta. No pueden ser 3 cerdos porque  $3 \cdot 4 = 12$  y tampoco pueden ser 6 gallinas porque  $6 \cdot 2 = 12$ . Las repuestas pueden ser 2 cerdos y 2 gallinas o, 1 cerdo y 4 gallinas.

### Sugerencias para el desarrollo de la creatividad en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática.

Para el desarrollo de la creatividad en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática se requiere como ya afirmé anteriormente de una renovación del proceso que implique la búsqueda de nuevas estrategias. Las sugerencias que ponemos a su consideración tienen como fundamento el enfoque desarrollador del proceso de enseñanza aprendizaje y las exigencias de la actividad creadora:

1. Iniciar la clase con el planteamiento de situaciones problemáticas, preferiblemente abiertas, elaboradas a partir del *entorno familiar y social* en el que se desarrolla el estudiante con el propósito de que estos *no solo se interesen por el contenido a asimilar*, sino que también, *se impliquen en la actividad de búsqueda del nuevo conocimiento. Las situaciones problemáticas deben ser portadoras del problema docente a resolver.*
2. El análisis de la situación problemática debe conducir a que los alumnos puedan identificar por sí mismos o con ayuda del profesor el problema docente que hay que resolver (buscar una relación o dependencia, un concepto, un procedimiento de solución, etc.). Para ello el docente debe guiar el razonamiento de los alumnos con niveles de ayudas tales como: ¿es resoluble la situación planteada? ¿por qué no? ¿qué se desconoce? ¿qué necesitamos conocer?

3. Enseñar a los alumnos los procedimientos para la búsqueda, es decir, estrategias de aprendizaje de búsqueda y/o descubrimiento, que irán facilitando su actuación independiente y su auto-orientación. Cuando el conocimiento científico se convierte en objeto de apropiación por parte del alumno, hay que considerar en él un aspecto de contenido (conceptos, leyes, teorías, etc.) y un aspecto lógico–procedimental (procedimientos para su obtención). Lo importante no es que el alumno aprenda un concepto, una ley, una regla, sino que sepa cómo obtenerlo.
4. Diseñar actividades, con las orientaciones e indicaciones necesarias (niveles de ayuda) para que el alumno, como resultado de su ejecución, adquiera el conocimiento.
5. El docente no debe en ningún momento suplantar el pensamiento del alumno. El solo se convierte en guía, en un *estimador-activo* de la actividad intelectual del alumno en el proceso de realización de la actividad creadora.
6. Utilización combinada de las formas de actividad colectiva e individual en el desarrollo de las clases. Propiciar la identificación de problemas en el grupo grande y luego dejar que los alumnos en el trabajo individual o en pequeños grupos encuentran la solución, la que luego deben presentar y analizar en el grupo grande (Summo, Voisin & Téllez-Méndez, 2016).
7. Promover la utilización del aprendizaje en pequeños grupos (de cuatro a seis estudiantes) para la realización de actividades y tareas docentes que impliquen la búsqueda de un nuevo conocimiento, nuevas vías de solución o nuevas soluciones para problemas conocidos (Summo, Voisin & Téllez-Méndez, 2016).
8. Enseñar los contenidos de la Matemática a partir del entorno que rodea al alumno, de las actividades que realiza a diario en el hogar, en la comunidad etc.
9. Hacer del entorno un aula especializada para hacer Matemática. Salirse del espacio delimitado por cuatro paredes y que llamamos aula para convertir el entorno en un aula, y más aún, en un laboratorio para hacer y aprender Matemática.
10. Utilizar los recursos que brinda la Historia de la matemática para familiarizar a los alumnos con técnicas y procedimientos que utilizaron los grandes matemáticos para hacer sus descubrimientos y que pueden empujarse en el aprendizaje de esta asignatura, como por ejemplo: la analogía, la modelación, etc.

## CONCLUSIONES

Se exponen los resultados de los estudios teóricos que se han realizado sobre la problemática, incluyendo los



abordados. El problema relacionado con el desarrollo de la creatividad en la enseñanza de la Matemática requiere de un cambio en las concepciones acerca de la Matemática y de su enseñanza, pero sobre todo de la búsqueda de nuevas estrategias debidamente fundamentadas en concepciones psicológicas y pedagógicas que promuevan el aprendizaje formativo y desarrollador, así como el crecimiento personal. La única forma de sobrevivir a un mundo golpeado constantemente por cambios y fenómenos nunca vistos, es mediante la creación y la innovación, y la escuela tiene la responsabilidad de proporcionar estas herramientas, tarea en la cual la enseñanza de la Matemática tiene una gran cuota de responsabilidad.

## BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, M., Almeida, B., & Villegas, E. (2014). El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos. La Habana: Pueblo y Educación
- Armada, L., & Arteaga, E. (2009). Estrategia didáctica para estimular el aprendizaje desarrollador en las clases de Matemática en la secundaria básica. Memorias del Congreso Internacional PEDAGOGÍA. La Habana: Educación cubana.
- Arteaga, E. (2001). Contribución de los problemas matemáticos “cerrados heurísticos” y “abiertos” al desarrollo de las potencialidades creativas de los alumnos. Obtenido de *Quaderns Digitals*, 47. Recuperado de <http://www.quadernsdigitals.net/dArteaga>.
- Arteaga, E. (2012). La creatividad en la educación matemática. El reto de la Educación Matemática en el siglo XXI. Académica Española
- Arteaga, E. (2001). El sistema de tareas para el trabajo independiente creativo en la enseñanza de la Matemática en el preuniversitario. Tesis Doctoral. Cienfuegos: Universidad de Cienfuegos.
- Arteaga, E. (2002). Algunas consideraciones sobre las tareas docentes que propician la actividad creadora o descubridora del alumno. *Xixim*, 3 (1). Recuperado de <http://www.uaq.mx/mat>
- Arteaga, E. (2010). El desarrollo de la creatividad en la Educación Matemática. Argentina: Memorias del Congreso Iberoamericano de Educación. Buenos Aires.
- Arteaga, E., & Alejo, P.A. (2011). Una alternativa didáctica para estimular el desarrollo de la creatividad de los alumnos de Secundaria Básica en la Enseñanza de la Matemática. COMPUMAT 2011. Santa Clara: Universidad Central “Marta Abreu”
- Claxton, G. (1999). *Educación de mentes curiosas: El reto de la ciencia en la escuela*. Madrid: Visor Distribuciones, S. A.
- Chibás, F. et.al. (1993). *La creatividad y sus implicaciones*. La Habana: Academia.
- De la Torre, S. (1989). *Aproximación Bibliográfica a la creatividad*. Escritos sobre creatividad en lenguas hispanas. Barcelona: PPU
- De la Torre, S. (1994). Estrategias de enseñanza y aprendizaje creativos. En: A. Mitjás (ed.). *Pensar y Crear. Estrategias, métodos y programas* (pp.10-17). La Habana: Academia.
- Freire, P. (2010). *Pedagogía de la autonomía y otros temas*. La Habana: Caminos.
- Kilpatrick, J., Rico, L., & Sierra, M. (1994). *Educación Matemática e investigación*. Madrid: Síntesis, S.A.
- Majmutov, M. I. (1983). *La Enseñanza Problémica*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Martínez, M. (1990). *Calidad educacional y creatividad*. La Habana: Memorias del Congreso Internacional PEDAGOGÍA '90. La Habana. Educación cubana.
- Mitjás, A. et.al. (1994). *Pensar y Crear. Estrategias, métodos y programas*. La Habana: Academia.
- Pehkonen, E. (1995). On pupils' reactions to the use of open-ended problems in mathematics. In *Nordik Studies in Mathematics Education* (Nomad). 3 (4), pp. 43–57.
- Pehkonen, E. (1997). Introduction to the concept “open-ended problems”. In E. Pehkonen *Used of open-ended problems in mathematics classroom* (pp. 7-11). Research Report 176. Department of Teacher Education, University of Helsinki.
- Rico, L. (1997). *Bases Teóricas del currículo de Matemática en Educación Secundaria*. Madrid: Síntesis, S. A.
- Sanz, I. (1990). Comunicación, lenguaje y matemáticas. En: S. Llinares y Ma. V. Sánchez (eds.). *Teoría y Práctica en Educación Matemática* (pp.228). Madrid: Ediciones Alfar.
- Summo, V., Voisin, S., & Téllez-Méndez, B.A. (2016). Creatividad: eje de la educación del siglo XXI. En *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 18(7). Recuperado de <http://ries.universia.net>
- Vigotsky, L. S. (1987). *Creación e Imaginación en la Edad Infantil*. La Habana: Pueblo y Educación.

