

# 24

## **EMPLEO DEL SOFTWARE GEOGEBRA COMO MEDIO AUXILIAR HEURÍSTICO PARA EL TRATAMIENTO DE FUNCIONES EN EL INSTITUTO SUPERIOR DE CIENCIAS POLICIALES Y CRIMINAL DE LA REPÚBLICA DE ANGOLA**

Lic. Manuel Toto<sup>1</sup>

E-mail: [manueltotomanuel@hotmail.com](mailto:manueltotomanuel@hotmail.com)

Dr. C. Raúl López Fernández<sup>2</sup>

E-mail: [raulito\\_p@yahoo.com](mailto:raulito_p@yahoo.com)

Dr. C. Tomás Crespo Borges<sup>3</sup>

E-mail: [tpcrespo@uclv.cu](mailto:tpcrespo@uclv.cu)

<sup>1</sup> Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal. República de Angola.

<sup>2</sup> Universidad Metropolitana. República del Ecuador.

<sup>3</sup> Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas. Cuba.

### Cita sugerida (APA, sexta edición)

Toto, M., López Fernández, R., & Crespo Borges, T. (2017). Empleo del software Geo-gebra como medio auxiliar heurístico para el tratamiento de funciones en el Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal de la República de Angola. *Revista Conrado*, 13(57), 169-173. Recuperado de <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>

### RESUMEN

En los programas de Matemática del Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal de la República de Angola se imparte el tema Funciones Matemáticas, que como tendencia, tanto internacional como en Angola resultan difíciles para los estudiantes. Por otro lado, los medios auxiliares heurísticos facilitan la comprensión de los problemas planteados y la búsqueda de la solución por vías efectivas y racionales. En este trabajo los autores proponen desarrollar y aplicar tales medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los referidos temas empleando el software Geogebra.

### Palabras clave:

Funciones matemáticas, heurística, Geogebra.

### ABSTRACT

Mathematics programs in the Higher Institute of Police Science and Criminal of the Republic of Angola themes Math Functions, which as a trend, both internationally and in Angola are difficult for students is taught. On the other hand, Heuristic aids facilitate understanding of the problems and finding the solution for effective and rational way. In this paper the authors propose to develop and apply such means in the teaching-learning process of the aforementioned topics using the Geogebra software.

### Keywords:

Math, heuristics, Geogebra.

## INTRODUCCIÓN

El Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal de la República de Angola es un establecimiento de enseñanza superior politécnico que forma oficiales de la policía de Angola y de otros países de África. Único con esta misión en la actualidad.

En sus programas para las especialidades de Investigación Criminal y Seguridad Pública se imparte la asignatura de Matemática y en el mismo aparece el tema de las funciones matemáticas y otros afines con los siguientes contenidos:

- Funciones: funciones de una variable, funciones lineales, cuadráticas, trigonométricas, exponenciales, logarítmicas, operaciones con funciones: suma, resta, producto, cociente, composición de funciones.
- Polinomios: función polinomial, grado de un polinomio, polinomio idénticamente nulo, polinomio de idénticos, división de polinomio, regla de Ruffini.
- Límites: límites de una función, límites laterales, propiedades y operaciones con límites, límites infinitos, de funciones exponenciales y logarítmicas, límites fundamentales exponencial y trigonométrico, continuidad de función, límites indeterminados, regla de L'Hospital.
- Derivadas: Derivada de una función en un punto, función derivada, reglas de derivación, funciones derivadas trigonométricas, derivada de la función compuesta, derivadas de las funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, derivadas sucesivas.
- Integrales: integrales indefinidas, reglas de integración, integral definida, integral doble, integrales múltiples.

Por su interrelación con otros temas precedentes, tales como límite, derivadas e integrales, la experiencia pedagógica indica que una buena base de los alumnos en el tema funciones redundará en buenos resultados en los restantes temas, y viceversa, los alumnos que tengan un débil dominio del tema funciones difícilmente obtendrán resultados satisfactorios en los restantes temas.

## DESARROLLO

Las investigaciones iniciales de los autores han revelado que el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemática presenta dificultades en distintos contextos educacionales; al respecto, investigadores de diferentes países se expresan del siguiente modo:

### De República Dominicana:

En el Colegio APEC "Minetta Roques" (COLAPEC) de la Universidad APEC de la República Dominicana, en

tercero de bachillerato del Nivel Medio, se ha podido constatar la problemática de que: existe un alto porcentaje de reprobados cada período, los alumnos no logran apropiarse de los conceptos que involucran el tema de las funciones y por tanto tampoco logran el desarrollo de las habilidades establecidas en la propuesta curricular vigente, además, no son capaces de interpretar el significado las soluciones halladas en un problema específico (Terrero Dominici, 2010).

### De Cuba:

Una de las dificultades más significativas en la formación matemática de los alumnos de la enseñanza general, politécnica y laboral de la provincia Matanzas y del país, es su pobre preparación para enfrentar la resolución de ejercicios de aplicación, particularmente aquellos que constituyen problemas y si en ellos está la presencia de funciones aún mucho más.

Dentro de las dificultades más significativas que presentan los estudiantes se encuentra la no identificación del concepto de función a la hora de resolver un problema y poder plantear las ecuaciones que modelan dichas situaciones, problema este que se presenta por la realización insuficiente de ejercicios de identificación y ejercicios de fijación del concepto (Mosquera, 2010).

### De Venezuela:

*Comprensión de Conceptos.* al analizar datos hemos detectado que los estudiantes no distinguen las relaciones que son funciones, confunden los conceptos de función e inyectividad, dominio y rango.

La totalidad de los docentes manifiestan usar la *ejemplificación* pero la mayoría sólo con la ayuda de la pizarra y el marcador y eso no basta para que los estudiantes desarrollen atención, memoria lógica, abstracción, capacidad de comparación y diferenciación, para lograr adquirir los conceptos.

*Representación gráfica.* La dificultad para dibujar una gráfica comienza en la construcción de la tabla de datos. Si un estudiante no es capaz de reconocer las distintas representaciones gráficas de un objeto matemático (en nuestro caso, las funciones), pasar de una a otra y utilizarlas en las diversas situaciones problemáticas, desde el punto de vista pragmático, no lo ha comprendido.

*Cálculo de Dominio y Rango.* Se aprecia dificultad en el cálculo analítico y geométrico de ambos conceptos (Sarmiento, 2011).

De Angola los autores no han encontrado referencias de investigaciones que traten el problema, pero la experiencia en otras instituciones angolana también indican que este tema presenta dificultades motivadas por:

- Dificultades en la enseñanza de la Matemática en el nivel medio.
- Docentes que se forman en otras especialidades y después imparten Matemática.
- Falta de bibliografía.
- Dificultades en la preparación de los profesores.
- Los alumnos tienen pocas habilidades matemáticas por lo que requieren un tratamiento didáctico diferenciado respecto a esta asignatura.

Lo anterior lleva a las siguientes reflexiones:

- El estudio de las funciones es fundamental en toda formación matemática asociada con problemas económicos, financieros y políticos y el tratamiento de temas de análisis matemático como derivadas e integrales y de la física que requieren de tales conocimientos. Esta dependencia se muestra en el programa de matemática que se impartirá en el Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal de la República de Angola
- La tendencia internacional indica que el tema funciones matemáticas resulta de considerable complejidad para los estudiantes.
- El intercambio informal con otros profesores indican que en Angola las situaciones respecto al tratamiento del tema funciones son similares o quizás mayores.
- El tema de funciones en el Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal de la República de Angola requiere de un tratamiento didáctico-metodológico que contribuya al perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de este tema.

Una alternativa de solución a la problemática antes planteada puede ser la enseñanza de la matemática asistida por computadoras y en particular su uso como medio auxiliar heurístico; según Crespo Hurtado (2007, p. 2), *“el uso de la computadora debe convertirse en una verdadera herramienta de trabajo que potencie la adquisición de definiciones, conceptos, teoremas, algoritmos y procedimientos para su puesta en práctica en la resolución de problemas reales”*.

Este autor también plantea que:

En estos tiempos se demanda del proceso de enseñanza-aprendizaje, la utilización de métodos más activos, creativos y desarrolladores, donde el alumno juegue un papel protagónico en la construcción de su propio conocimiento, siendo así más independiente, desarrollando cualidades investigativas y valores morales acordes a las exigencias sociales.

La introducción de la computadora como medio auxiliar heurístico, contribuye a dar respuesta a tales exigencias si se hace de un modo eficiente, teniendo en cuenta la dinámica que se da entre los componentes del proceso. Se generan cambios en la actividad y la comunicación, ya que esta es mediada por la computadora, de manera que el profesor viabiliza el proceso para que el alumno asuma un rol más activo en la construcción de su conocimiento. Construcción que no es arbitraria, es estructurada, planificada y sistémica, supervisada por el profesor, al estimular la experimentación, la investigación, la toma de decisiones y valoraciones. (Crespo Hurtado, 2007, pp. 49-50)

Para abordar el tema se requiere precisar cuatro conceptos:

#### Heurística:

La palabra heurística, como muchas otras ricas en contenido, aparece en más de una categoría gramatical. Cuando se encuentra como sustantivo, se identifica con el arte o la ciencia del descubrimiento, una disciplina digna de estudio. Cuando aparece como adjetivo, se refiere a cosas más concretas como estrategias heurísticas, reglas heurísticas o incluso silogismos y conclusiones heurísticas. Claro está que estos dos usos están íntimamente relacionados ya que la heurística usualmente propone estrategias heurísticas que guían el descubrimiento (Algarabel, 1996).

#### Instrucción Heurística:

La instrucción heurística, es la enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística para la solución de problemas, por lo que es necesario, que cuando se estudien por primera vez las mismas, se destaquen de un modo claro y preciso, y se apliquen en clases posteriores hasta que los alumnos hayan hecho una buena fijación y puedan aplicarlas independientemente en la solución de nuevos ejercicios y tareas (Ballester Pedroso, et al., 1992).

#### Procedimientos heurísticos:

Por procedimiento se entiende el método de ejecutar algunas cosas y en este caso se dice además que *“apoyan la realización consciente de actividades mentales complejas y exigentes”*, (Álvarez Pérez, 2004) se dividen en principios, reglas y estrategias (Crespo Hurtado, 2007).

#### Medio auxiliar heurístico:

Los medios auxiliares heurísticos son todos aquellos elementos que sirven de soporte material a la resolución de

un problema y facilitan la aplicación de las reglas, principios y estrategias heurísticas (Crespo Hurtado, 2007).

En el Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal de la República de Angola existen las condiciones para la enseñanza de la Matemática asistida por computadoras dado que además de existir los laboratorios necesarios con este fin, es frecuente que los alumnos utilicen sus propias laptop en las aulas y además existen investigaciones científicas como la referenciada aportan el fundamento teórico necesario para conducir tal proceso de enseñanza-aprendizaje.

Varios software profesionales y con fines docentes se pueden emplear para este fin: Derive, Mathematica, Matlab, etc., pero Geogebra es un software libre, que facilita el trabajo con contenidos de geometría, álgebra, análisis, cálculo, etc.

Por su condición de software libre no requiere la compra de patentes y por la variedad de posibilidades que ofrece puede ser utilizado en todos los temas del programa de Matemática que se imparte en la institución. Existe también una excelente versión de Geogebra para celulares.

Para el estudio de las funciones Geogebra ofrece instrucciones que permiten estudiar las funciones matemáticas más conocidas y construir cualquier nueva función con la posibilidad de mostrar el gráfico de forma inmediata con la correspondiente ecuación, facilitando otros cálculos como puntos de intersección de funciones, límites, derivación e integración. Esta versatilidad del Geogebra permite su empleo como medio auxiliar heurístico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas.

Como ejemplo de lo expresado, en la Figura 1, se muestran las funciones exponenciales y logarítmicas implementadas en Geogebra.

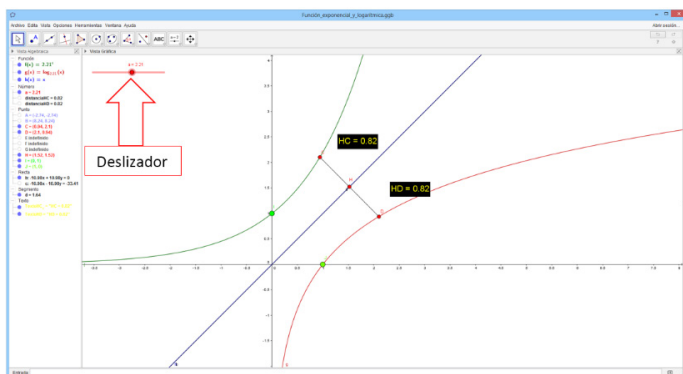


Figura 1. Funciones exponenciales y logarítmicas implementadas en Geogebra.

En la lámina aparecen las gráficas de las dos funciones y de la recta  $y=x$ , así como las distancias de las respectivas gráficas a la referida recta, lo que indica la simetría de las gráficas de las funciones respecto a la recta. También aparecen destacados los interceptos de ambas gráficas con los ejes de ordenadas y abscisas y un deslizador que permite variar manualmente el valor de la base de ambas funciones, visualizando de este modo el comportamiento de las gráficas, también es posible utilizar un modo automático para que la aplicación muestra automáticamente el comportamiento de las funciones.

Tanto por la vía de manipulación manual del deslizador como posteriormente por la vía automática el docente puede inducir a los alumnos al descubrimiento de las distintas propiedades de ambas funciones:

- Para cualquier valor de la base de la función exponencial o de la logarítmica, la primera pasa siempre por el punto (0; 1) y la segunda por el (1; 0). Obsérvese que ambos puntos están destacados en color verde.
- De las gráficas se puede inferir el dominio y la imagen de cada una de las funciones en dependencia de sus bases.
- El comportamiento respecto al crecimiento o decrecimiento de las funciones en dependencia con el valor que tomen las bases.
- El comportamiento asintótico de ambas curvas respecto a los ejes de coordenadas.
- La simetría respecto a la recta  $y=x$ .

Geogebra posee además la opción “Analizador de funciones” (Figura 2) que para el caso de la función exponencial que nos ocupa devuelve las informaciones que se muestran en la lámina relacionadas con los valores máximo y mínimo, las raíces, la integral, el área bajo la curva, la media y la longitud del segmento de función marcado.

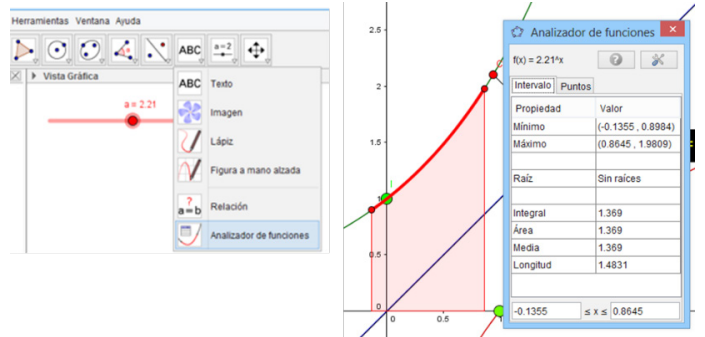


Figura 2. Analizador de funciones en el Geogebra.

Para el momento en que se introducen estos contenidos la imagen dinámica es un medio que contribuye al desarrollo de la explicación y la comprensión de los alumnos;

pero posteriormente para la resolución de problemas y la investigación, Geogebra es útil como asistente matemático para procesar datos como los que se muestran en la lámina.

En la figura 3 se muestran los valores para un conjunto de puntos y los correspondientes a los valores de primera y segunda derivada y los valores correspondientes a la curvatura de la curva, lo cual prueba su posible aplicación en otros temas del programa.

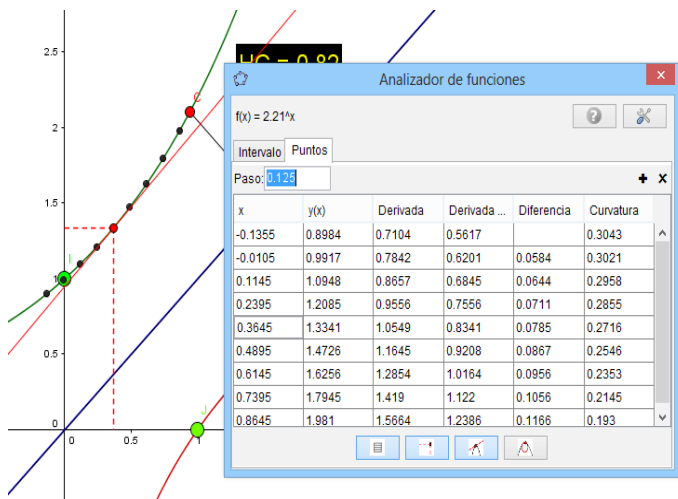


Figura 3. Valores para un conjunto de puntos y los correspondientes a los valores de primera y segunda derivada.

En este caso también Geogebra se puede utilizar en el doble de rol de medio auxiliar heurístico y procesador de datos, de forma muy sencilla es posible realizar otras operaciones como suma, producto y composición de funciones.

Al utilizar el GeoGebra como herramienta visual que permita a los alumnos razonar y deducir por sí mismos, se crea un ambiente de mayor participación y discusión de las informaciones, lo cual favorece la motivación en el nuevo objeto de aprendizaje utilizado, tanto en el hecho de investigar en un medio informático, como en la posibilidad de visualizar imágenes dinámicas y comprender con mayor facilidad conceptos como dominio, imagen, simetría paridad, crecimiento de las funciones, asíntotas, ceros intersecciones con los ejes y con otras funciones, puntos de máximo y de mínimo, etc.

Aunque el trabajo que se presenta está en la etapa de diseño inicial, los trabajos preliminares permiten arribar a las siguientes conclusiones:

## CONCLUSIONES

El empleo del Geogebra para el tratamiento de funciones en el programa de matemática el Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal de la República de Angola es una alternativa para resolver los problemas derivados

del tratamiento de funciones en el contexto internacional y en Angola.

Existen investigaciones que pueden servir de sustento teórico a una estrategia didáctica para el tratamiento de las funciones mediante el empleo del Geogebra en el Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal de la República de Angola.

Existen posibilidades objetivas para el tratamiento de las funciones mediante el empleo del Geogebra en el Instituto Superior de Ciencias Policiales y Criminal de la República de Angola.

Se advierten como barreras la falta eventual del fluido eléctrico, las motivaciones de algunos estudiantes, el dominio en la manipulación de software por parte de los estudiantes y la falta de costumbre en el uso de software en las actividades docentes.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Algarabel, S. E. (1996). Solución de problemas: Una revisión de la importancia del uso de heurísticos y una evaluación de su utilización en Matemáticas. *Revista Española de Pedagogía*, (20).
- Álvarez Pérez, M. (2004). *Interdisciplinariedad: Una aproximación desde la enseñanza-aprendizaje de las ciencias*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Ballester Pedroso, S., et al. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Crespo Borges, T. (2009). Los Weblogs como herramienta didáctica. *II Simposio de Educación a Distancia. Memorias Camagüey 2009*.
- Crespo Hurtado, E. (2007). *Modelo didáctico sustentado en la heurística para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática asistida por computadoras*. Tesis Doctoral. Santa Clara: Universidad Central de Las Villas.
- Mosquera, O. &. (2010). *El reconocimiento del concepto de función, un reto actual en los universitarios cubanos*. III Evento Internacional la Matemática, la Informática y la Física en el siglo XXI, Holguín.
- Sarmiento S, M. M. (2011). *Unidad didáctica para la enseñanza-aprendizaje de funciones matemáticas con ayuda de maple*. Universidad de Los Andes.
- Terrero Dominici, J. R. (2010). Propuesta didáctica para la enseñanza del tema funciones a través de la utilización de estrategias metacognitivas y el uso del Derive. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (22), 91-109.