



ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA COMPRENSIÓN DE MODELOS DIFERENCIALES E INTEGRALES EN INGENIERÍA, MODALIDAD VIRTUAL

TEACHING STRATEGY FOR UNDERSTANDING DIFFERENTIAL AND INTEGRAL MODELS IN ONLINE ENGINEERING EDUCATION

Hendy Maier Pérez Barrera ^{1*}

E-mail: hmperezb@ube.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1989-2136>

Roberto Barrera Jimenez ¹

E-mail: rbarreraj@ube.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5562-0053>

¹ Universidad Bolivariana del Ecuador. Guayaquil, Ecuador

*Autor para correspondencia

Cita sugerida (APA, séptima edición)

Pérez Barrera, H. M., & Barrera Jimenez, R. (2026). Estrategia didáctica para la comprensión de modelos diferenciales e integrales en ingeniería, modalidad virtual. *Revista Conrado*, 22(111), e5615.

RESUMEN:

El aprendizaje del cálculo diferencial e integral en la formación inicial de ingeniería enfrenta dificultades persistentes derivadas de la desconexión entre comprensión procedimental y conceptual de los modelos matemáticos. El estudio elaboró una estrategia didáctica basada en Python y GeoGebra, sustentada en los enfoques STEM y TPACK contextualizado, para favorecer la comprensión de los modelos diferenciales e integrales del cálculo de una variable en estudiantes de primer año de Ingeniería en Sistemas Inteligentes de la Universidad Bolivariana del Ecuador en modalidad virtual. El enfoque fue cuantitativo, descriptivo-propositivo y no experimental. Se aplicó un cuestionario diagnóstico de treinta y seis ítems, distribuido en comprensión conceptual de siete modelos matemáticos y percepciones sobre la enseñanza recibida, validado por juicio de especialistas en validez de contenido y confiabilidad. Las mayores brechas conceptuales se concentraron en los modelos que requieren la derivada como operador de análisis estructural, y en la articulación entre derivación e integración mediante el teorema fundamental del cálculo. Los estudiantes mostraron disposición favorable hacia la mediación tecnológica y reconocieron que la enseñanza recibida no conecta suficientemente el cálculo con contextos de ingeniería. La estrategia CALC-STEM se organizó en 15 sesiones sincrónicas, en tres unidades temáticas con seis momentos didácticos progresivos según la teoría de la acción, el proceso, el objeto y el esquema (APOS), validada por juicio de especialistas con validez de contenido global superior al umbral establecido. Los resultados ofrecen una base aplicable para

la enseñanza del cálculo en educación superior en línea, en contextos de acceso tecnológico heterogéneo.

Palabras clave:

Educación Superior; Formación de ingenieros; Método educativo; Tecnología educativa; Cálculo diferencial e integral; Comprensión conceptual.

ABSTRACT:

Learning differential and integral calculus in initial engineering training faces persistent difficulties stemming from a disconnect between procedural and conceptual understanding of mathematical models. This study aimed to develop a didactic strategy based on Python and GeoGebra, grounded in STEM and contextualized TPACK approaches, to improve the understanding of differential and integral models of single-variable calculus in first-year students of Intelligent Systems Engineering at the Bolivarian University of Ecuador in the online modality. The approach was quantitative, descriptive-propositive, and non-experimental. A 36-item diagnostic questionnaire was administered, assessing conceptual understanding of seven mathematical models and perceptions of the instruction received. The questionnaire was validated through expert judgment, demonstrating content validity and reliability. The greatest conceptual gaps were concentrated in models requiring the derivative as a structural analysis operator and in the articulation between differentiation and integration using the fundamental theorem of calculus. The students showed a positive attitude toward



technology-mediated instruction and acknowledged that their previous teaching did not sufficiently connect calculus with engineering contexts. The CALC-STEM strategy was organized into 15 synchronous sessions, within three thematic units, with six progressive learning stages based on the theory of processes, object, scheme, and action. This strategy was validated by expert judgment, demonstrating overall content validity exceeding the established threshold. The results offer a practical basis for teaching calculus in online higher education, even in contexts of heterogeneous technological access.

Keywords:

Higher Education; Engineering education; Teaching methods; Educational technology; Differential and integral calculus; Conceptual understanding.

INTRODUCCIÓN

El cálculo diferencial e integral es un componente esencial de la formación universitaria de ingeniería: provee los fundamentos conceptuales para describir fenómenos continuos y sustentar procesos de modelación matemática. Artigue (1991) sitúa su núcleo epistemológico en la relación entre cambio y acumulación, cuya comprensión exige trascender los procedimientos algorítmicos. Tall (2013) precisa esta idea al distinguir el pensamiento operacional, centrado en ejecutar procedimientos, del pensamiento conceptual, orientado a comprender las estructuras subyacentes: una distinción decisiva para entender las dificultades del aprendizaje del cálculo en educación superior.

El autor Stewart (2012) sitúa la derivada como herramienta de análisis de la variación instantánea y la integral como operador de reconstrucción global, unidad que el teorema fundamental del cálculo formaliza. Thompson (1994) añade que comprender la tasa de cambio como razón covariacional es el núcleo cognitivo que vincula el cálculo con situaciones reales, lo que posiciona a la modelización matemática como eje que articula el conocimiento disciplinar con los contextos de la ingeniería.

Desde la teoría APOS, Dubinsky & McDonald (2001) sostienen que comprender la derivada y la integral requiere una construcción cognitiva progresiva (acciones, procesos, objetos y esquemas) que no se logra repitiendo procedimientos, sino mediante experiencias que promuevan la interiorización y encapsulación de estructuras matemáticas. Esta dificultad sigue siendo una de las más persistentes en la formación universitaria de ingeniería (Artigue, 1991; Flores Condarco, 2025; Xu et al., 2017).

La enseñanza centrada en la resolución mecánica de ejercicios favorece el dominio operativo de reglas algebraicas sin garantizar comprensión conceptual (Colquepisco-Paucar, 2019). Esta repetición procedimental conduce a aprendizajes fragmentados, en los que la derivada se reduce a técnicas de diferenciación y la integral a cálculo simbólico desconectado de su significado acumulativo (Salgado Friol et al., 2020). Rochaminah et al. (2025) confirman que la brecha persiste incluso en futuros docentes de matemáticas, capaces de aplicar reglas de derivación, pero no de transferirlas a situaciones de razonamiento matemático, evidencia de que el problema es estructural y no solo del estudiante de ingeniería.

A esto se suman los obstáculos en la coordinación entre registros semióticos (Portillo Lara et al., 2019; Xu et al., 2017): conocer múltiples procedimientos no garantiza usarlos estratégicamente frente a problemas nuevos. Flores Condarco (2025) agrega que la ausencia de problemas situados en contextos ingenieriles restringe la transferencia del conocimiento. Estas tres brechas (comprensión conceptual, coordinación de representaciones y aplicación contextualizada) fundamentan la necesidad de una estrategia didáctica integradora.

La investigación sobre herramientas tecnológicas para enseñar cálculo se organiza en cuatro líneas. La epistemológico-cognitiva examina el cálculo desde sus fundamentos: Tall y Vinner (1981) distinguen imagen conceptual y definición conceptual para explicar por qué los estudiantes manejan definiciones formales sin construir representaciones mentales coherentes (Artigue, 1991; Xu et al., 2017). La de visualización dinámica reporta mejoras cuando los estudiantes exploran funciones con representaciones múltiples en GeoGebra (Colquepisco-Paucar, 2019; Guerrero Chirinos et al., 2025; Portillo Lara et al., 2019), aunque esos beneficios solo son consistentes dentro de estrategias didácticas estructuradas, no como recurso espontáneo (Flores Chucusea, 2026). La computacional incorpora Python para modelar procesos diferenciales e integrales mediante simulación y cálculo simbólico (Cervantes-Barraza et al., 2025; Sanchez de Paulo et al., 2023; Tigse Comina & García Herrera, 2025). La contextualizada sitúa el cálculo como lenguaje para representar sistemas reales (Flores Condarco, 2025). Las cuatro líneas convergen en tres ejes: comprensión conceptual, mediación tecnológica y modelización contextualizada.

Coordinar los registros algebraico, gráfico y numérico es condición necesaria para la comprensión matemática, como sustenta Duval (2006). GeoGebra actúa como mediador semiótico-visual que permite explorar simultáneamente esos registros de la derivada y la integral

(Colquepisco-Paucar, 2019; Portillo Lara et al., 2019; Salgado Friol et al., 2020). Python opera como mediador computacional-simbólico: con SymPy para cálculo simbólico y Matplotlib para visualización programática, los estudiantes construyen modelos ejecutables que conectan formalización algebraica, gráfica y validación numérica (Sanchez de Paulo et al., 2023; Cervantes-Barraza et al., 2025). Wing (2006) define el pensamiento computacional como la habilidad de formular y resolver problemas mediante abstracción, descomposición, reconocimiento de patrones y automatización; Weintrop et al. (2016) lo extienden como pensamiento computacional disciplinar, en el que programar es medio y no fin. Integradas alrededor del teorema fundamental del cálculo, GeoGebra aporta visualización dinámica y Python formalización simbólica, cerrando el ciclo entre intuición visual y rigor formal.

En la formación inicial del Ingeniero en Sistemas Inteligentes, el cálculo de una variable es el umbral entre bachillerato y universidad, y es ahí donde emergen las fracturas cognitivas más pronunciadas: el currículo ecuatoriano de bachillerato introduce límites y derivadas sin desarrollar la integración ni su relación con la derivación (Universidad Bolivariana del Ecuador, 2024).

La literatura organiza la enseñanza del cálculo en una variable en dos núcleos vinculados por el teorema fundamental del cálculo. El núcleo diferencial comprende cuatro modelos: (M1) derivabilidad puntual; (M2) análisis de monotonía y extremos; (M3) extremos locales y globales por criterio diferencial; y (M4) covariación entre magnitudes relacionadas. El núcleo integral incluye dos: (M5) integral de Riemann y acumulación definida; y (M6) antidiferenciación y variación acumulada. Ambos se articulan mediante (M7) el modelo de dualidad derivación-integración (Artigue, 1991; Dubinsky y McDonald, 2001; Cervantes-Barraza et al., 2025). Esta arquitectura de siete modelos es el referente disciplinar de la estrategia didáctica.

De la literatura se derivan tres patrones (insuficiencia del enfoque procedimental: (Artigue, 1991; Colquepisco-Paucar, 2019; Xu et al., 2017; Flores Chucusea, 2026); efectividad condicionada de GeoGebra y Python: (Cervantes-Barraza et al., 2025; Flores Chucusea, 2026); y fragmentación investigativa entre comprensión, representación, modelización y computación) y tres vacíos: falta de articulación sistemática entre herramientas, ausencia de una definición operacional de los modelos diferenciales e integrales, y escasez de estrategias para contextos de acceso heterogéneo como la Universidad Bolivariana del Ecuador.

El estudio delimita cuatro categorías analíticas. La comprensión conceptual alude a interpretar la derivada como razón de cambio y la integral como acumulación, más allá del procedimiento; desde APOS, esto exige interiorizar acciones en procesos y encapsular procesos en objetos (Dubinsky & McDonald, 2001). La coordinación de representaciones implica convertir información entre registros semióticos, operación que rara vez ocurre sin mediación explícita (Duval, 2006). La modelización matemática consiste en representar fenómenos reales mediante funciones y relaciones de cambio (Flores Condarco, 2025). La exploración computacional remite al diseño de programas para representar y validar modelos, integrando pensamiento computacional y comprensión conceptual (Weintrop et al., 2016; Wing, 2006).

La propuesta se sustenta en tres marcos complementarios. La estrategia didáctica es, para Valle Lima (2012), la organización integrada de objetivos, contenidos, métodos, medios y evaluación que regula el proceso formativo, coordinando acciones, recursos e interacciones con el conocimiento (Díaz Barriga & Hernández, 2002); bajo esa lógica, GeoGebra y Python solo tienen sentido pedagógico integrados a esa arquitectura, no usados de forma aislada. El TPACK, en la reformulación de Petko et al. (2025), incorpora el Conocimiento Contextual como dominio explícito: las condiciones institucionales, el perfil del estudiantado y la disponibilidad tecnológica condicionan las decisiones pedagógico-tecnológicas del docente. El enfoque STEM articula matemáticas, ciencias y tecnología en torno a problemas auténticos que demandan razonamiento interdisciplinar (English, 2016), y encuentra en las prácticas de ingeniería el contexto que da sentido funcional a las matemáticas (Kelley & Knowles, 2016).

La investigación se justifica por su conveniencia, pues responde a una necesidad verificable: la comprensión conceptual del cálculo condiciona el acceso a asignaturas estructurantes como ecuaciones diferenciales y análisis numérico. Se justifica también por su relevancia social para estudiantes y docentes, por su valor práctico y replicable en instituciones con condiciones similares, por su aporte teórico al articular categorías que la literatura trata de forma fragmentaria, y por su utilidad metodológica al integrar el TPACK contextualizado (Petko et al., 2025) y el enfoque STEM en un procedimiento de diseño y validación replicable.

En la Universidad Bolivariana del Ecuador, en la carrera de Ingeniería en Sistemas Inteligentes y en la asignatura Cálculo de una variable, los estudiantes de primer semestre del período académico 2025-2026 presentan dificultades para interpretar de forma integrada la derivada como razón de cambio y la integral como proceso

de acumulación. Estas dificultades se manifiestan en la desarticulación entre representaciones algebraicas, gráficas y computacionales, y en la limitada transferencia hacia situaciones contextualizadas de la formación ingenieril.

El problema de investigación se formula en la siguiente pregunta: ¿cómo favorecer la comprensión de los modelos diferenciales e integrales en el cálculo de una variable en estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas Inteligentes de la Universidad Bolivariana del Ecuador en la Modalidad Virtual? Como objetivo general elaborar una estrategia didáctica basada en Python y GeoGebra, sustentada en los enfoques STEM y TPACK, para favorecer la comprensión de los modelos diferenciales e integrales del cálculo de una variable en estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas Inteligentes de la Universidad Bolivariana del Ecuador en la Modalidad Virtual.

Cuatro objetivos específicos guían la investigación: (1) determinar los referentes teóricos que fundamentan la comprensión de los modelos diferenciales e integrales del cálculo de una variable en estudiantes de educación superior, precisando las categorías analíticas y el marco epistemológico que orienta la propuesta; (2) diagnosticar el estado actual de dicha comprensión en la población estudiada, identificando las brechas entre el conocimiento procedimental y el conceptual; (3) diseñar una estrategia didáctica basada en Python y GeoGebra para favorecer la comprensión de los modelos diferenciales e integrales del cálculo de una variable en estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas Inteligentes de la Universidad Bolivariana del Ecuador en la Modalidad Virtual; y (4) valorar su pertinencia y coherencia mediante el criterio de especialistas, verificando su solidez teórica, viabilidad pedagógica y adecuación al contexto institucional.

MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio adopta un enfoque cuantitativo: los datos se recolectan mediante instrumentos estructurados que generan información numérica susceptible de análisis estadístico, lo que permite describir el nivel actual de comprensión conceptual de los modelos diferenciales e integrales y valorar la pertinencia de la estrategia didáctica propuesta. El diseño es no experimental y transversal: no se manipulan variables ni se asignan tratamientos, y la información se obtiene en un único momento del período académico 2026. El alcance es descriptivo-propositivo, pues primero se describe el estado de la comprensión y, a partir de ese diagnóstico, se diseña y valida una estrategia didáctica contextualizada.

El estudio articuló tres tipos de métodos. Los teóricos organizaron la construcción del conocimiento: el analítico-sintético descompuso los referentes teóricos en categorías analíticas y las reintegró en una propuesta coherente; el inductivo-deductivo orientó el tránsito desde los hallazgos diagnósticos hacia la fundamentación de la estrategia; el hipotético-deductivo sustentó la formulación del problema y los objetivos a partir de la literatura especializada; y el histórico-lógico permitió reconstruir la evolución de las líneas de investigación sobre la enseñanza del cálculo e identificar los vacíos que justifican el estudio.

Los métodos empíricos se organizaron por fase. En el diagnóstico se aplicó el método de medición mediante la encuesta como técnica y el cuestionario estructurado como instrumento, para caracterizar la comprensión conceptual de los estudiantes y sus percepciones sobre la enseñanza recibida. En la validación se empleó el juicio de especialistas mediante un cuestionario estructurado en escala Likert (el procedimiento completo se detalla más adelante). Los métodos estadísticos se emplearon de forma transversal, tanto para el análisis descriptivo del diagnóstico como para el cálculo del Índice de Validez de Contenido en la fase de validación. Tabla 1

La población estuvo conformada por la totalidad de los estudiantes de primer año de Ingeniería en Sistemas Inteligentes de la Universidad Bolivariana del Ecuador matriculados en Cálculo de una variable durante el período académico 2026, con un total de 40 estudiantes. Al ser una población finita, delimitada y completamente accesible, el estudio trabajó con la totalidad de sus integrantes sin muestreo, un diseño censal que elimina el error muestral y fortalece la representatividad interna. La participación fue voluntaria, bajo consentimiento informado, y el estudio contó con la autorización institucional correspondiente.

Tabla 1: Técnicas e instrumentos empleados en cada fase del estudio.

Enfoque	Fase	Método empírico	Técnica	Instrumento
Cuantitativo	Diagnóstico del nivel de comprensión	Método de medición	Encuesta	Cuestionario diagnóstico estructurado de 36 ítems: 24 ítems dicotómicos sobre comprensión conceptual de los modelos M1-M7 y 12 ítems tipo Likert sobre percepciones de la enseñanza del cálculo.

Cuantitativo	Validación de la estrategia didáctica	Juicio de especialistas	Encuesta	Cuestionario estructurado con escala Likert de cinco niveles organizado en cuatro dimensiones, con cálculo del Índice de Validez de Contenido por criterio y global.
--------------	---------------------------------------	-------------------------	----------	--

El cuestionario se organizó en dos secciones que sumaron 36 ítems, construidas a partir de las categorías analíticas de la literatura y contextualizadas al perfil de estudiantes de primer semestre de ISC en modalidad virtual, al currículo de Cálculo de una variable de la UBE y a los siete modelos diferenciales e integrales adoptados como referente disciplinar. Los ítems se elaboraron con base en Tall Vinner (1981) para evaluar la distinción entre imagen y definición conceptual, en Dubinsky & McDonald (2001) para identificar la trayectoria de construcción cognitiva, y en Duval (2006) para valorar la coordinación entre registros de representación semiótica. La primera sección evaluó la comprensión conceptual mediante 24 ítems de respuesta binaria, distribuidos en los siete modelos. Su confiabilidad se estimó con KR-20, coeficiente apropiado para ítems dicotómicos, obteniendo $KR-20 = 0.813$, consistencia interna adecuada-alta.

La segunda sección evaluó las percepciones sobre la enseñanza recibida mediante 12 ítems en escala Likert de cinco niveles (1 = totalmente en desacuerdo, 5 = totalmente de acuerdo), organizados en cuatro dimensiones: enfoque procedimental de la enseñanza, comprensión conceptual de la derivada y la integral, uso de herramientas tecnológicas, y vinculación con contextos reales de ingeniería. Su confiabilidad fue $\alpha = 0.78$, valor aceptable para un instrumento exploratorio.

La validez de contenido de ambas secciones se estableció mediante juicio de cinco expertos en didáctica de la matemática, aplicando el Coeficiente de Validez de Contenido (CVR) de Lawshe (1975) y modificado por Wilson et al. (2012), con umbral de aceptación de $CVR \geq 0.80$ por ítem. Se estableció un umbral de dominio del 67 % de acierto por modelo (equivalente a dos tercios de los ítems correctamente resueltos) como criterio de referencia para clasificar el desempeño como Logrado o No logrado. Este criterio se adoptó como convención metodológica de dominio de contenidos, independiente de la escala de calificación institucional de la UBE, y se aplicó de manera uniforme a los siete modelos para permitir la comparación directa de su nivel de logro.

El análisis estadístico de los datos diagnósticos se realizó con Python: Pandas para la organización y procesamiento, NumPy para las medidas descriptivas, y Matplotlib y Seaborn para la representación gráfica de frecuencias y porcentajes por dimensión e ítem. La estrategia didáctica se construyó a partir del diagnóstico y los referentes teóricos, como una organización integrada de objetivos, contenidos, métodos, medios y evaluación orientada por el enfoque STEM y el TPACK contextualizado.

Se estructuró en tres niveles cognitivos progresivos según la teoría APOS, concretados en 15 sesiones sincrónicas distribuidas en cinco semanas y tres unidades: modelos de cambio instantáneo, modelos de acumulación, y articulación de ambos mediante el Teorema Fundamental del Cálculo. Python se incorporó por coherencia curricular: es uno de los cinco núcleos estructurantes de la carrera, se cursa en paralelo con Cálculo de una variable desde el primer período, y se proyecta hacia Modelado y Simulación, Inteligencia Artificial y Computación Afectiva, lo que operacionaliza el Conocimiento Contextual del TPACK con evidencia institucional concreta.

Para la validación de la Estrategia CALC-STEM se empleó el juicio de especialistas. Se seleccionaron cinco especialistas con formación de cuarto nivel en didáctica de la matemática, tecnología educativa, matemáticas aplicadas o educación STEM; mínimo cinco años de experiencia docente universitaria en cálculo o materias afines; producción académica arbitrada en el campo durante los últimos cinco años; e independencia institucional respecto a la UBE.

Cada especialista valoró de forma independiente los criterios de la estrategia mediante la misma escala Likert de cinco niveles (1 = muy inadecuado, 5 = muy adecuado) y las cuatro dimensiones ya descritas: pertinencia teórica, coherencia interna, viabilidad pedagógica y adecuación al contexto institucional. La validez de contenido se estimó mediante el I-CVI (proporción de acuerdo entre especialistas), calculado como $I-CVI = n(\geq 4) / N$, con umbral de aceptación ≥ 0.80 (Wilson et al., 2012); a diferencia de la validación del cuestionario, aquí no se aplicó el CVR clásico de Lawshe, sino este índice basado en el consenso experto. Las observaciones abiertas de los especialistas fueron sistematizadas para orientar los ajustes de la versión definitiva. Los estudiantes fueron informados sobre los objetivos, la voluntariedad de la participación y la confidencialidad de los datos, y otorgaron consentimiento informado; los expertos dieron consentimiento explícito para el uso exclusivamente académico de sus valoraciones. El estudio contó con la autorización institucional de la UBE, y todos los datos fueron anonimizados y almacenados en repositorios de acceso restringido.



RESULTADOS

Los resultados se organizan en tres apartados, correspondientes a los objetivos específicos: el diagnóstico del estado inicial de comprensión de los modelos matemáticos, a partir del cuestionario CALC-STEM aplicado a 40 estudiantes de primer semestre de Ingeniería en Sistemas Inteligentes de la Universidad Bolivariana del Ecuador durante el período académico 2026; el diseño de la Estrategia Didáctica CALC-STEM derivado de ese diagnóstico; y su validación mediante juicio de especialistas.

Diagnóstico del estado inicial de comprensión de los modelos matemáticos: Los estadísticos descriptivos del desempeño por modelo, presentados en la Tabla 2, se calcularon a partir de las 40 matrices de respuesta de la Sección 1. Cinco de los siete modelos superaron el umbral de referencia del 67 %: M6 registró el promedio más alto ($\bar{p}$ = 90.0 %, 36 estudiantes logrados), seguido por M4 ($\bar{p}$ = 88.8 %), M1 ($\bar{p}$ = 86.2 %), M5 ($\bar{p}$ = 73.5 %) y M2 en posición limítrofe ($\bar{p}$ = 66.9 %). Los modelos M3 ($\bar{p}$ = 46.9 %, 12 estudiantes logrados) y M7 ($\bar{p}$ = 52.1 %, 5 estudiantes logrados) quedaron por debajo del umbral, y M5 mostró la mayor heterogeneidad (DE = 33.1). El puntaje total del grupo alcanzó una media de 65.6 % y una mediana de 70.8 %, con 23 de los 40 estudiantes por encima del umbral a nivel individual.

Tabla 2. Estadísticos descriptivos del desempeño por modelo matemático. Instrumento 1 (n = 40)

Mod.	Nombre del modelo	k	$\bar{p}$ (%)	Md (%)	DE	Mín (%)	Máx (%)	n≥67 %	%≥67	Nivel
M1	Derivabilidad puntual	2	86.2	100.0	22.6	50.0	100.0	29	72.5	Logrado
M2	Análisis de monotonía y extremos	4	66.9	75.0	29.1	0.0	100.0	24	60.0	No logrado
M3	Extremos locales y globales por criterio diferencial	4	46.9	50.0	28.4	0.0	100.0	12	30.0	No logrado
M4	Covariación entre magnitudes relacionadas	2	88.8	100.0	26.5	0.0	100.0	33	82.5	Logrado
M5	Integral de Riemann y acumulación definida	5	73.5	90.0	33.1	0.0	100.0	26	65.0	Logrado
M6	Antidiferenciación y variación acumulada	1	90.0	100.0	30.4	0.0	100.0	36	90.0	Logrado
M7	Dualidad derivación-integración	6	52.1	50.0	20.7	16.7	83.3	5	12.5	No logrado
Total	24 ítems, grupo completo	24	65.6	70.8	18.5	25.0	91.7	23	57.5	

Nota. k = número de ítems del modelo; $\bar{p}$ = media del porcentaje de acierto por estudiante; Md = mediana; DE = desviación estándar (ddof = 1); Mín y Máx = valores mínimo y máximo observados.

La distribución del puntaje total y el perfil por modelo se analizaron con la Figura 1. El panel A presenta un gráfico de violín combinado con caja y puntos individuales. La distribución muestra asimetría negativa moderada, con mayor densidad entre 65 y 80% y una cola izquierda que se extiende hasta 25%. Esa cola explica la diferencia de 5.2 puntos entre la media (65.6%) y la mediana (70.8%); por su robustez frente a valores extremos, la mediana describe mejor el desempeño central del grupo.

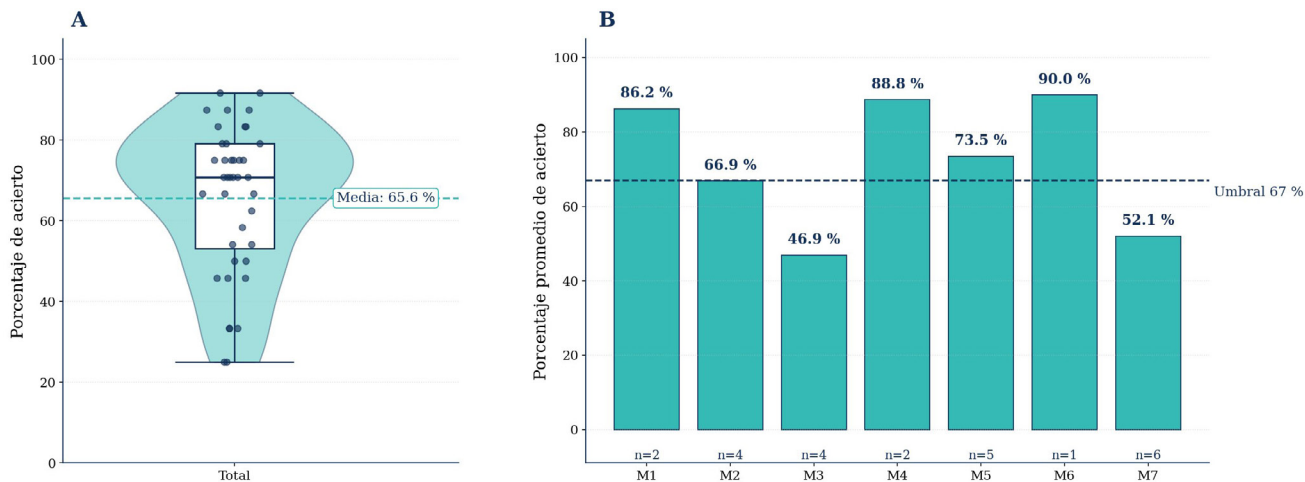


Figura 1. Distribución del puntaje total y perfil de desempeño por modelo.

Panel A: violín con caja y puntos individuales (media = 65.6 %; n = 40). Panel B: porcentaje promedio de acierto por modelo M1-M7 con umbral del 67 % y n = número de ítems del modelo.

El panel B presenta el perfil por modelo en barras, con el número de ítems indicado bajo cada etiqueta. El contraste entre M6 ($\bar{p} = 90.0\%$) y M3 ($\bar{p} = 46.9\%$) alcanza 43.1 puntos porcentuales, lo que evidencia la heterogeneidad del perfil competencial.

En el núcleo integral el patrón es más favorable. M5 (integral de Riemann, 73.5 %) y M6 (antidiferenciación, 90.0 %) superan el umbral con holgura, aunque el resultado de M6 debe interpretarse con cautela por corresponder a un único ítem. El modelo articulador M7 (teorema fundamental, 52.1 %), con seis ítems y los intervalos de confianza más amplios, muestra alta dispersión entre estudiantes. Las mayores dificultades no se concentran en el cálculo de áreas o primitivas, sino en la transferencia de la derivada hacia el análisis estructural de funciones (M3) y hacia su articulación con la integral (M7).

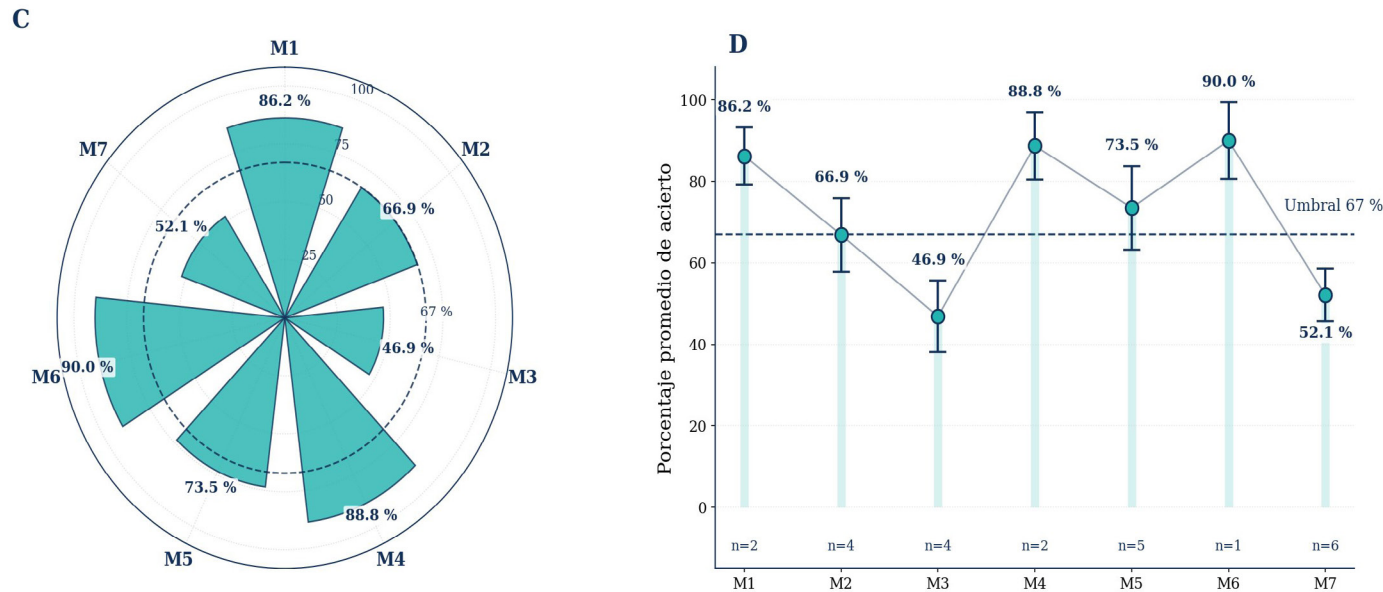


Figura 2. Perfil competencial por modelo.

Instrumento 1. Panel C: gráfico de rosa de Nightingale con cada sector proporcional a $\bar{p}$ y círculo punteado igual a umbral del 67 %. Panel D: lollipop con intervalos de confianza por modelo M1-M7 con n = número de ítems y umbral del 67 %. Figura 2

El panel E integra dos visualizaciones complementarias para el análisis individual y por ítem, como se muestra en la Figura 3. El mapa de calor superior ordena a los 40 estudiantes por rendimiento decreciente en el eje vertical y a los 24 ítems agrupados por modelo en el horizontal. El gráfico inferior reporta el porcentaje de acierto por ítem dentro de cada modelo. El mapa revela un gradiente claro: los estudiantes de rendimiento alto concentran errores en columnas específicas, mientras que los de rendimiento bajo muestran errores extendidos a varios modelos. M1 y M4 presentan predominio de verde en todos los niveles, señal de su accesibilidad conceptual. M3, en cambio, exhibe bloques de error incluso en estudiantes medio-altos, evidencia de una barrera conceptual propia del modelo y no de bajo rendimiento general. M7 muestra el patrón más irregular: los errores se distribuyen de forma asistemática en sus seis ítems, incluso entre los mejor posicionados, en coherencia con sus intervalos de confianza amplios.

El gráfico por ítem precisa estas diferencias. En M3, los ítems 3 y 4 obtienen los valores más bajos, correspondientes a tareas que exigen aplicar el criterio de la segunda derivada y clasificar extremos en contexto. En M7, los ítems 3, 4 y 5 registran los menores porcentajes, asociados a tareas que demandan articular derivación e integración como operaciones inversas mediante el teorema fundamental. La barra lateral confirma que la mayoría de los estudiantes se ubica entre 50 % y 85 % de desempeño total, con escasa representación en los extremos.

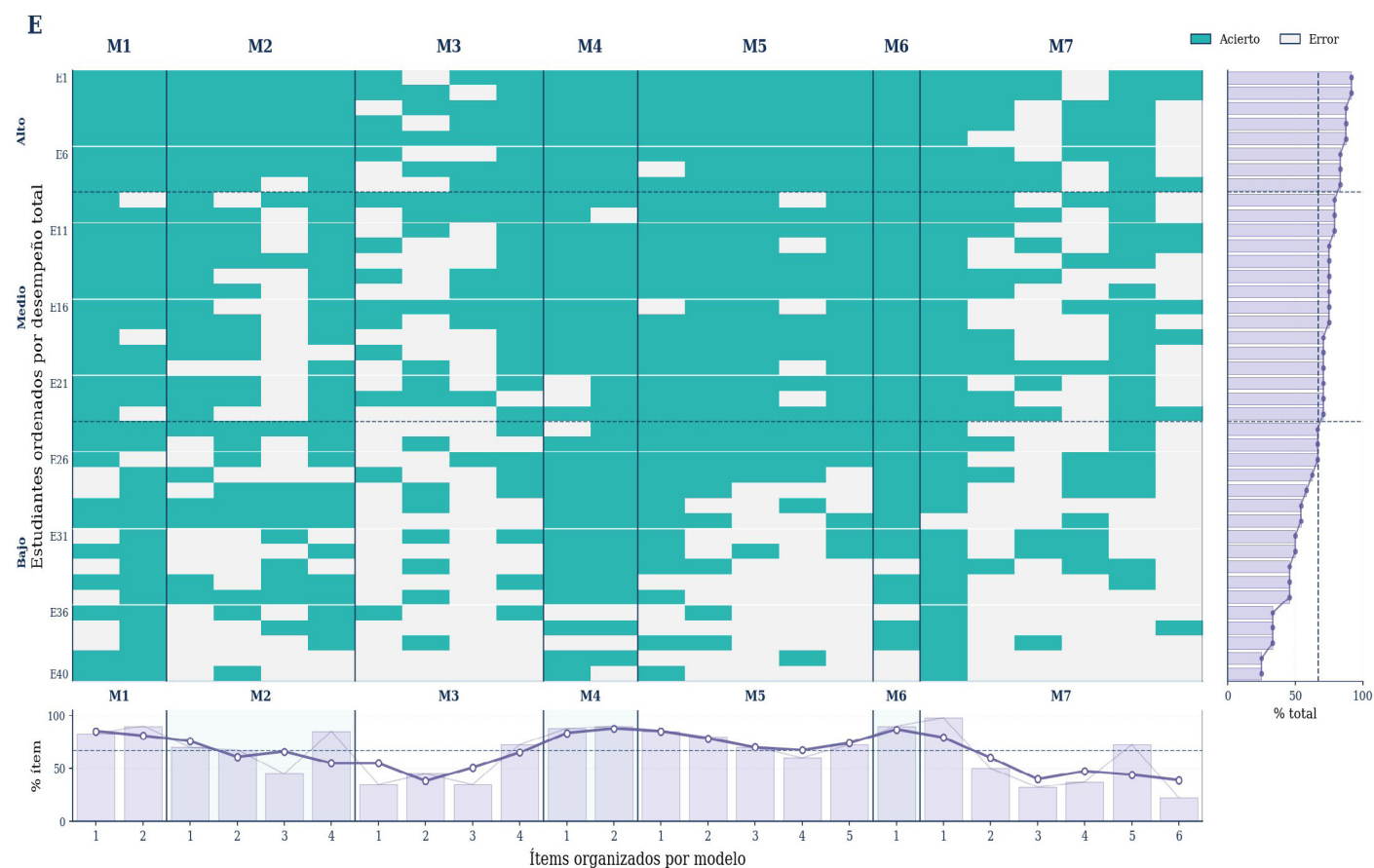


Figura 3. Mapa de calor estudiante x ítem con perfil de desempeño.

Instrumento 1. $n = 40$. Verde = respuesta correcta (Acierto); gris claro = respuesta incorrecta (Error). Estudiantes ordenados por puntaje total y agrupados en perfiles Alto, Medio y Bajo. Panel lateral: porcentaje de acierto total por estudiante. Panel inferior: índice p por ítem con IC.

El análisis de percepciones sobre la enseñanza del cálculo se realizó con la Sección 2 y se presenta en la Figura 4. El panel F muestra barras divergentes: a la izquierda las respuestas desfavorables (En desacuerdo y Totalmente en desacuerdo) y a la derecha las favorables (De acuerdo y Totalmente de acuerdo). P9, sobre el potencial de las herramientas digitales para mejorar la comprensión, obtuvo el mayor porcentaje favorable (92 %), seguida por P4, sobre el trabajo simultáneo con representaciones algebraica, gráfica y numérica (90 %), y P2, sobre la comprensión conceptual de derivada e integral a partir de las clases (80 %). Los valores más bajos correspondieron a P3, sobre la aplicación a problemas reales de ingeniería (52 % favorable, 15 % desfavorable), y a P12, sobre la suficiencia de la enseñanza actual para competencias ingenieriles (65 % favorable, 15 % desfavorable).

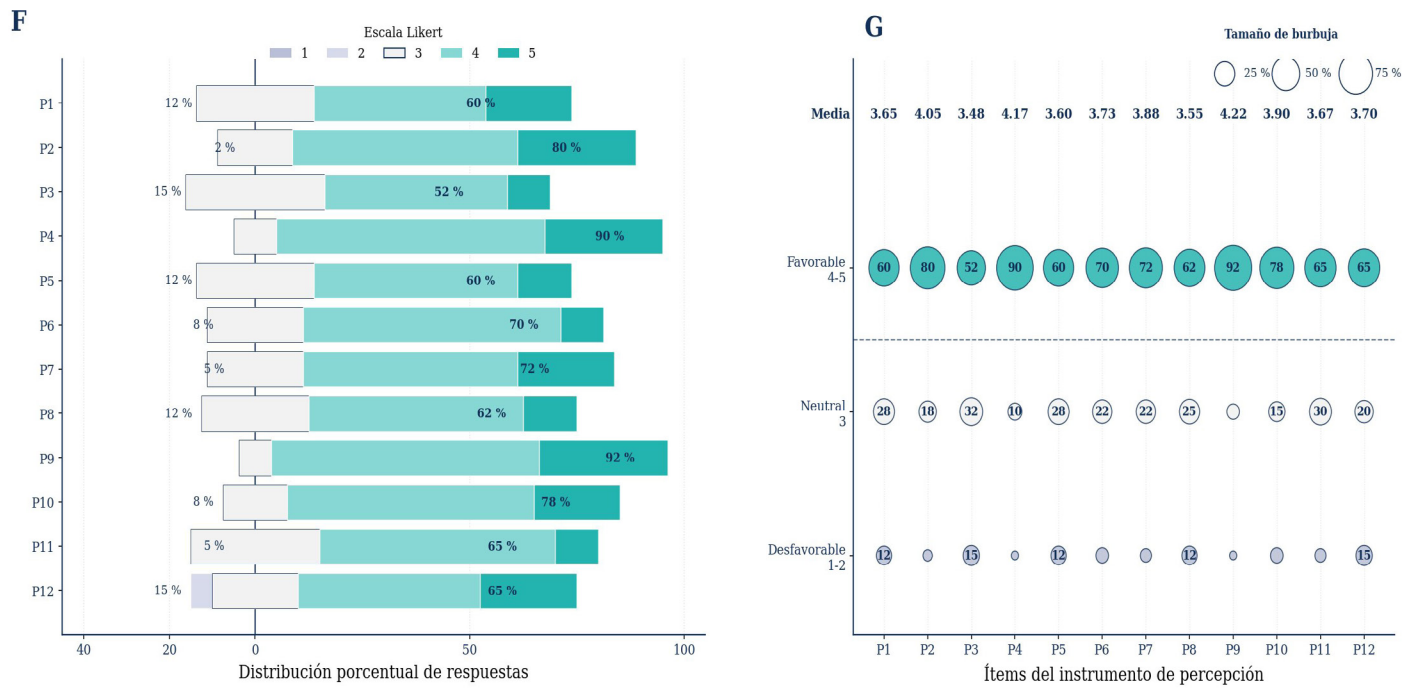


Figura 4. Percepciones sobre las condiciones de enseñanza del cálculo. Instrumento 2 (Sección 2A). *n* = 40. Panel F: distribución porcentual divergente por afirmación P1-P12 (escala Likert 1-5; izquierda = desfavorable; derecha = favorable). Panel G: gráfico de burbujas por nivel de respuesta con tamaño proporcional al porcentaje.

El panel G complementa con un gráfico de burbujas en tres niveles: favorable, neutral y desfavorable, donde el tamaño es proporcional al porcentaje. Las medias oscilaron entre $M = 3.48$ (P3) y $M = 4.22$ (P9), todas por encima del punto de indiferencia, con un perfil predominantemente favorable. Sin embargo, la concentración de respuestas neutras y desfavorables en P3, P8 y P12 indica que la aplicación contextualizada y el uso de herramientas computacionales se perciben como dimensiones insuficientemente desarrolladas.

La validación por juicio de cinco especialistas evidenció la pertinencia del cuestionario diagnóstico en sus dos secciones. Para la Sección 1, compuesta por 24 ítems organizados en siete modelos matemáticos, el IVC global alcanzó 0.88. Como se observa en la Figura 5, los IVC promedio por modelo oscilaron entre 0.80 (M6, antidiferenciación, $n=1$ ítem) y 0.90 (M1, M3, M4 y M7), con M2 en 0.85 y M5 en 0.88; todos los modelos se situaron en el umbral de aceptación o por encima de él. La proporción de valoraciones Esencial superó en todos los casos el 80 % del total de valoraciones emitidas, mientras que las valoraciones Útil pero no esencial se concentraron en el segmento superior de las barras sin comprometer el IVC del modelo.

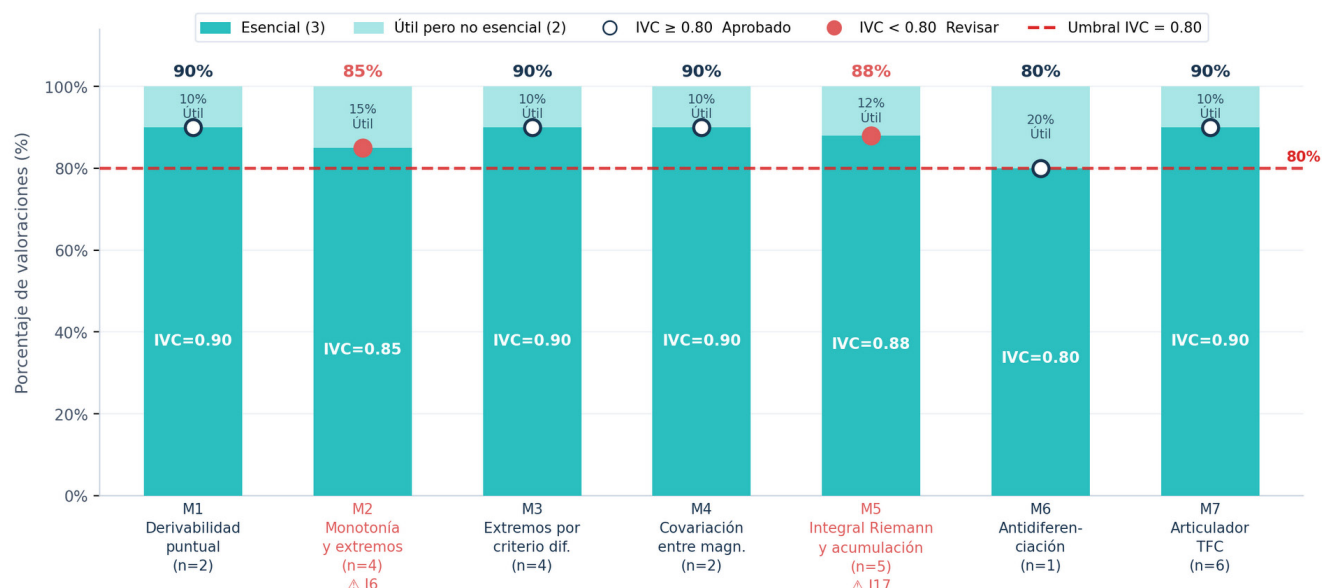


Figura 5. Validación del cuestionario diagnóstico (IVC)

Dos ítems no alcanzaron el umbral individual de 0.80: I6 (M2, concavidad con $f''(x)$ e identificar puntos de inflexión, $IVC=0.60$) e I17 (M5, estimación con suma de Riemann e interpretación del error, $IVC=0.60$). En ambos casos, dos especialistas los valoraron como Útil pero no esencial: el nivel de exigencia conceptual excedía el punto de partida formativo de estudiantes de primer semestre, por lo que se reformuló el enunciado para contextualizar la tarea sin reducir su carga conceptual. M6 queda representado por un solo ítem, lo que limita la capacidad de generalización de su IVC. En la Ronda 2, los especialistas recibieron los resultados grupales y las propuestas de reformulación de I6 e I17; tras su revisión, los cinco valoraron ambos ítems como Esencial, elevando su IVC a 1.00 y dejando el instrumento aprobado en su totalidad con un IVC global de 0.99 para la Sección 1.

Para la Sección 2, de 12 ítems sobre percepciones de la enseñanza del cálculo, el IVC global fue 0.93. Ocho ítems alcanzaron $IVC = 1.00$ y cuatro (P4, coordinación de representaciones; P6, construcción gráfica; P10, conexión con ISC; y P12, suficiencia de la enseñanza) obtuvieron $IVC = 0.80$, todos por encima del umbral establecido. La confiabilidad, estimada con alfa de Cronbach, fue $\alpha = 0.78$, valor aceptable para un instrumento exploratorio. Ambas secciones cumplen los rangos técnicos de validez y confiabilidad exigidos para la fase diagnóstica. La sección dicotómica alcanzó una confiabilidad adecuada-alta mediante $KR-20 = 0.813$, mientras que la sección Likert obtuvo un alfa de Cronbach de 0,78. Estos resultados, junto con los valores de IVC reportados, permiten afirmar que el cuestionario diagnóstico cumple condiciones técnicas suficientes de validez de contenido y consistencia interna para la fase diagnóstica del estudio.

Diseño de la Estrategia didáctica CALC-STEM

A partir del diagnóstico y los referentes teóricos sistematizados, se diseñó la Estrategia Didáctica CALC-STEM como respuesta pedagógica a las brechas conceptuales identificadas en la comprensión de los modelos diferenciales e integrales en estudiantes de primer semestre de Ingeniería en Sistemas Inteligentes de la UBE, en modalidad en línea. En coherencia con Valle Lima (2012), su objetivo general es desarrollar la comprensión conceptual y aplicada de esos modelos mediante GeoGebra Web y Python en Google Colab, operacionalizado en cuatro objetivos específicos progresivos según Anderson y Krathwohl (2001): comprender la derivada como razón de cambio en los registros algebraico, gráfico y numérico; aplicar los modelos de optimización y covariación diferencial a problemas de ingeniería de sistemas inteligentes; analizar la relación entre la acumulación de Riemann y la antiderivación coordinando esos registros; y crear un proyecto STEM integrador que articule los modelos mediante el Teorema Fundamental del Cálculo aplicado a un fenómeno real de ingeniería.

La estrategia integra GeoGebra Web como mediador semiótico-visual y Python como mediador computacional-simbólico en cinco semanas y tres unidades: los modelos diferenciales del cambio (semanas 2-3), los modelos integrales de acumulación (semana 4) y su articulación mediante el TFC (semanas 5-6); la semana 1, de límites, queda fuera por no involucrar derivación ni integración. Se organiza en torno a tres ejes: comprensión conceptual, mediación tecnológica y modelización contextualizada. La Figura 6 presenta su estructura integradora.

Cada sesión sincrónica en Zoom sigue seis momentos didácticos ajustados a 90 minutos: MD1 activación contextual (5 min), MD2 exploración en GeoGebra Web (20 min), MD3 modelación en Python/Colab (20 min), MD4 formalización conceptual colectiva (15 min), MD5 transferencia a un problema de ISC (20 min) y MD6 metacognición reflexiva (10 min), que operacionalizan la trayectoria acción-proceso-objeto-esquema de la teoría APOS (Dubinsky & McDonald, 2001): MD1-MD2 al nivel de acción y proceso, MD4 al de objeto, y MD5, junto con el proyecto integrador de la semana 6, al de esquema.

El núcleo conceptual son los siete modelos ya definidos (M1-M7), organizados en los núcleos diferencial e integral y articulados por el TFC, correspondientes a las unidades 2 y 3 del Plan de Estudios de Matemática 1 (Universidad Bolivariana del Ecuador, 2024).

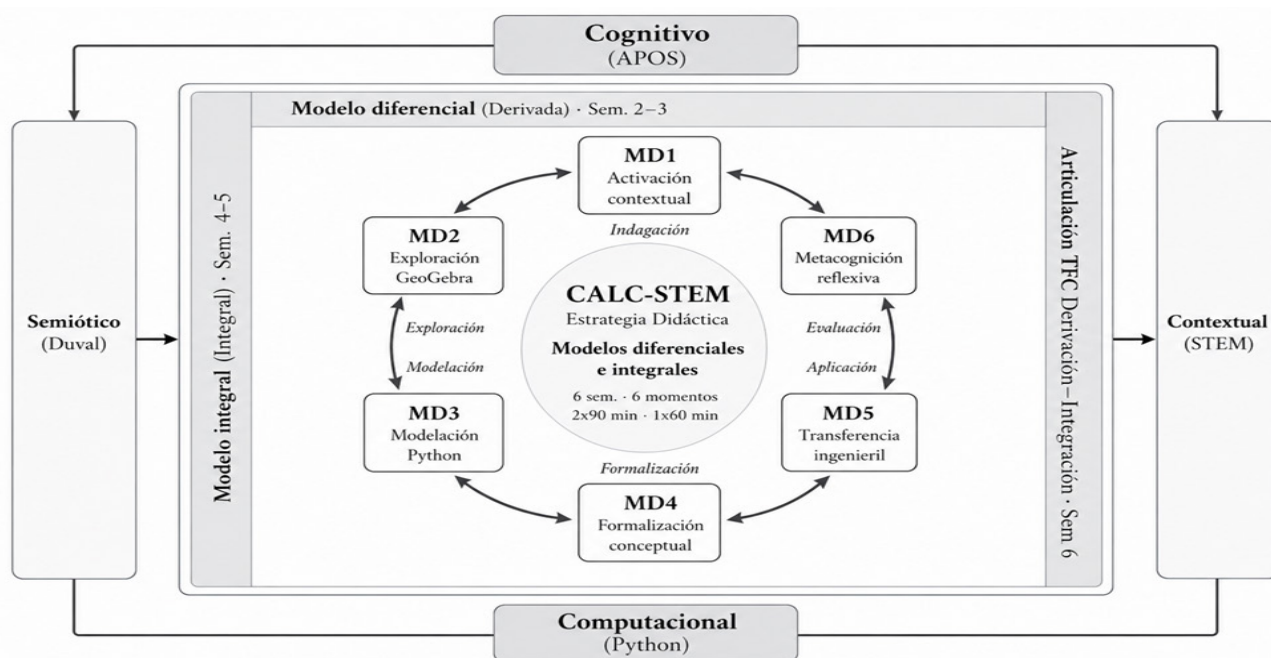


Figura 6: Estructura integradora de la Estrategia Didáctica CALC-STEM

La integración tecnológica operacionalizó el modelo TPACK contextualizado de Petko et al. (2025) con lógica pedagógica diferenciada: GeoGebra Web correspondió a MD2 como mediador semiótico-visual del Conocimiento del Contenido, facilitando la exploración de la pendiente de la recta tangente como límite de la secante (M1), la construcción simultánea de $f(x)$ y $f'(x)$ para el comportamiento global (M2) y la visualización de sumas de Riemann con n ajustable para evidenciar la convergencia hacia la integral definida (M5), en coherencia con la coordinación de registros de Duval (2006).

Python en Google Colab se incorporó en MD3 como mediador computacional-simbólico del Conocimiento Tecnológico, articulando `diff()` e `integrate()` de SymPy para el cálculo simbólico de M1-M6 y la verificación del TFC mediante `diff(integrate(f,x),x)` en M7. Esto respondió al Conocimiento Contextual del TPACK: Python es eje transversal de la malla curricular desde el primer período (UBE, 2024). Los problemas de transferencia de MD5 se diseñaron bajo el enfoque STEM (English, 2016; Kelley & Knowles, 2016), contextualizando cada modelo en fenómenos de ingeniería de sistemas inteligentes: consumo energético de algoritmos (M1-M3), sistemas dinámicos acoplados (M4), acumulación de datos en redes de sensores (M5-M6) y el proyecto integrador de la semana 6 (M7).

El sistema de evaluación se articuló con el Plan Analítico de Matemática 1 (UBE, 2024), sin modificar los porcentajes institucionales. Los controles de lectura (15%) se vincularon con los Cuestionarios 3, 4 y 5 al cierre de cada unidad (modelos diferenciales en semanas 2-3, integrales en semana 4, TFC en semana 5), complementados con los Talleres 2 y 4 de GeoGebra. Las actividades colaborativas (10%) se vincularon con los Talleres 1, 3 y 5, de exploración en GeoGebra Web por parejas durante MD2.

El trabajo autónomo (15%) se articuló con el Taller 6, un notebook de Python para la integración autónoma de diff() e integrate(). Las actividades y lecciones prácticas (25%) se vincularon con las Tareas virtuales 3, 4 y 5, problemas STEM contextualizados al cierre de cada unidad durante MD5. La evaluación final (35%) fue un proyecto STEM integrador en la semana 6: una presentación oral sincrónica en la que los estudiantes construyeron, analizaron e interpretaron un modelo diferencial e integral de un fenómeno real de ingeniería, articulando los siete modelos mediante el TFC y evaluado con una rúbrica analítica de cinco criterios y cuatro niveles de desempeño.

Validación por juicio de especialistas

La validación de la Estrategia Didáctica CALC-STEM se realizó mediante juicio de cinco especialistas, seleccionados según los criterios de inclusión declarados en Materiales y métodos, y la aplicación del Índice de Validez de Contenido (IVC). Cada uno valoró de forma independiente los veinte criterios de la estrategia, con la misma escala Likert de cinco niveles y las mismas cuatro dimensiones descritas previamente. El IVC se calculó como $IVC = n(\geq 4) / 5$, donde $n(\geq 4)$ corresponde al número de especialistas que otorgaron una puntuación de 4 o 5, con el umbral de aceptación de $IVC \geq 0.80$ ya establecido (Wilson et al., 2012). Los resultados se presentan en la Figura 7.

El panel A muestra el perfil académico del grupo de especialistas en términos de años de experiencia docente, años de investigación activa y producción bibliográfica arbitrada. La experiencia docente osciló entre 9 y 18 años ($M = 12.8$, $DE = 3.3$), y la experiencia investigativa entre 6 y 15 años ($M = 9.4$, $DE = 3.4$). El especialista con mayor producción académica registró 20 publicaciones arbitradas, mientras que el de menor producción contabilizó 6, con una media grupal de 12.2 ($DE = 5.4$). El perfil del grupo evidenció una amplia experiencia acumulada tanto en docencia universitaria de matemáticas como en investigación activa, lo que garantizó la idoneidad técnica requerida por los criterios de inclusión para emitir juicio sobre la estrategia.



Figura 7: Selección, valoración y validación de especialistas mediante perfil académico, consenso evaluativo e índice de validez de contenido

El panel B presenta la puntuación promedio por especialista sobre los veinte criterios, con barras de error de la desviación estándar. Las medias oscilaron entre 4.10 (E4) y 4.70 (E1), con una media global de 4.43. Todos los especialistas se situaron por encima del punto de referencia (4 = adecuado), consistencia grupal en la valoración positiva. E4 presentó la media más baja y la mayor dispersión: una valoración más conservadora, coherente con sus observaciones abiertas sobre la distribución temporal de las sesiones.

El panel C despliega la matriz completa de valoraciones: los 5 especialistas en el eje horizontal y los 20 criterios en el vertical, en orden I1-I20, con gradiente de teal claro (valor 3) a teal oscuro (valor 5) y predominio de los niveles 4-5. La única excepción fue I11 (E4, valor 3), sobre la distribución temporal de las sesiones, evidencia de un alto nivel de acuerdo entre especialistas.

El panel D presenta el IVC por criterio. Diecinueve de los veinte alcanzaron $IVC = 1.00$. El criterio I11, sobre la distribución temporal de las 15 sesiones en cinco semanas, obtuvo $IVC = 0.80$, justo en el umbral y marcado en naranja como único caso límite, coherente con las observaciones de dos especialistas que cuestionaron la viabilidad de los seis momentos didácticos en sesiones de 90 minutos; sus sugerencias orientaron los ajustes de la versión definitiva. El IVC global fue 0.99, muy por encima del umbral, lo que declaró su validez de contenido.

Los resultados recorrieron una trayectoria coherente desde el diagnóstico hasta la validación: las brechas en los modelos M3 y M7 orientaron el diseño de CALC-STEM, y la validación por especialistas confirmó su solidez teórica, coherencia interna y viabilidad pedagógica. Este encadenamiento es el punto de partida de la discusión, que contrasta los resultados con la literatura, examina sus implicaciones para la enseñanza del cálculo en educación superior y señala las direcciones que la investigación debe continuar.

DISCUSIÓN

El perfil diagnóstico no evidenció una dificultad homogénea en el aprendizaje del cálculo, sino una fractura entre los modelos asociados con la derivada como razón de cambio y aquellos que exigieron emplearla como operador de análisis estructural. Esta distinción permite matizar los hallazgos de (Colquepisco-Paucar, 2019; Salgado Friol et al., 2020), quienes vincularon las dificultades del cálculo con el predominio del procedimentalismo: en este estudio, los modelos de razón de cambio y covariación mostraron mejor desempeño, lo que descarta una dificultad conceptual generalizada. El problema se ubicó, más

bien, en la limitada transferencia hacia tareas de mayor análisis y articulación.

La dificultad más relevante se concentró en el modelo articulador diferencial-integral, correspondiente al Teorema Fundamental del Cálculo. Este resultado no se interpreta como simple desconocimiento procedimental, sino como una limitación para comprender la relación inversa entre derivación e integración. Rochaminah et al. (2025) documentaron dificultades similares en futuros docentes de matemáticas, evidencia de que esta brecha es un problema estructural de la enseñanza del cálculo que exige experiencias explícitas de conexión entre ambos procesos.

El comportamiento del modelo de antiderivación también exigió cautela interpretativa. Aunque mostró un desempeño favorable, su representación mediante un único ítem impide atribuirle la misma solidez que a los demás modelos. Desde la teoría APOS, este resultado puede explicarse porque la antiderivada operó como acción procedimental, es decir, como búsqueda de una función primitiva, sin garantizar su encapsulación como objeto articulado con la derivada: de ahí su coexistencia con las dificultades del modelo diferencial-integral.

Las percepciones estudiantiles reforzaron esta lectura. Las valoraciones más bajas se asociaron con la aplicación del cálculo a problemas reales de ingeniería y con la suficiencia de la enseñanza recibida para desarrollar competencias profesionales, lo que sugiere que la dificultad no se limitó al plano cognitivo, sino también a la débil contextualización del contenido matemático. Estos hallazgos fortalecen el argumento de Flores Condarco (2025) sobre las restricciones de transferencia cuando el cálculo se enseña sin problemas situados en contextos disciplinares.

La alta valoración otorgada al uso de herramientas digitales no se interpretó como evidencia de que la tecnología resolvería por sí sola las brechas identificadas: los datos permiten diferenciar entre el potencial atribuido a los recursos digitales y una experiencia previa menos consolidada en su uso efectivo, especialmente de Python. Esta lectura coincide con Flores Chucusea (2026), quien advierte que los beneficios de GeoGebra y Python dependen de su integración en estrategias estructuradas: de ahí que CALC-STEM se justifique como una secuencia didáctica con propósito conceptual explícito.

La Estrategia CALC-STEM se diseñó a partir de los focos de dificultad identificados en el diagnóstico y fue validada favorablemente por especialistas. Al igual que Guerrero Chirinos et al. (2025), empleó GeoGebra como entorno de visualización dinámica para explorar la derivada y la integral en múltiples registros semióticos; al igual que

Cervantes-Barraza et al. (2025), incorporó Python para construir modelos ejecutables que conectaran formalización algebraica y validación numérica. Su aporte principal radicó en articular ambas herramientas como mediadores complementarios alrededor del Teorema Fundamental del Cálculo.

La organización de la estrategia en niveles cognitivos de la teoría APOS respondió directamente al perfil diagnóstico: los modelos con mayores brechas correspondieron a niveles de mayor complejidad, donde la comprensión exigió encapsular procesos y articular esquemas. Las actividades de exploración conceptual se orientaron a preparar la construcción posterior de objetos matemáticos integrados, lo que diferenció a CALC-STEM de propuestas centradas solo en el uso de tecnología: articuló mediación digital, trayectoria cognitiva y contextualización ingenieril.

La incorporación de Python desde la primera sesión, en articulación con Introducción a la Programación, operacionalizó el Conocimiento Contextual del TPACK propuesto por Petko et al. (2025). Las decisiones tecnológicas no respondieron a una preferencia metodológica aislada, sino a condiciones curriculares verificables de la carrera: la programación se cursó en paralelo con Cálculo de una variable y se proyectó hacia asignaturas posteriores. El pensamiento computacional se situó, de este modo, como mediación para la comprensión matemática y no como contenido añadido.

La validación por juicio de especialistas arrojó un IVC global de 0.99 y reveló una limitación real de la propuesta inicial: la viabilidad de implementar todos los momentos previstos en sesiones sincrónicas de duración limitada. El ajuste de la carga temporal y de la distribución de actividades permitió mejorar la versión definitiva de la estrategia. La validación por expertos funcionó, en este caso, como un proceso de mejora del diseño y no solo como trámite confirmatorio.

El estudio presentó dos limitaciones principales. La primera fue el diseño censal con estudiantes de un único programa institucional, condición que fortaleció la descripción del contexto, pero restringió la generalización a otros escenarios. La segunda fue la naturaleza descriptivo-propositiva del alcance: los resultados evidenciaron la pertinencia y coherencia teórica de CALC-STEM, pero no todavía su eficacia en condiciones reales de implementación. La estrategia quedó validada como propuesta, no como intervención evaluada.

La continuidad del estudio se orienta hacia la implementación de CALC-STEM mediante un diseño cuasiexperimental o de investigación-acción, que permita contrastar

el perfil diagnóstico con el desempeño posterior a la intervención, especialmente en los modelos asociados con el análisis estructural de la derivada y la articulación diferencial-integral. También sería pertinente ampliar la validación con expertos en transición bachillerato-universidad en Ecuador, para fortalecer la coherencia vertical de la propuesta frente al vacío curricular identificado entre derivada e integral.

CONCLUSIONES

La revisión teórica permitió fundamentar la comprensión de los modelos diferenciales e integrales del cálculo de una variable como un proceso conceptual que rebasa la aplicación mecánica de algoritmos. El estudio integró referentes sobre cambio, acumulación, coordinación de representaciones, modelización matemática, pensamiento computacional, teoría APOS, enfoque STEM y TPACK contextualizado, lo que posibilitó construir un marco didáctico articulado para interpretar la derivada, la integral y su relación mediante el Teorema Fundamental del Cálculo.

El diagnóstico evidenció una comprensión desigual en los estudiantes de primer año de Ingeniería en Sistemas Inteligentes. Los mejores desempeños se asociaron con tareas de razón de cambio, acumulación básica y procedimientos de integración, mientras que las principales dificultades se concentraron en el análisis estructural de funciones, la identificación de extremos mediante criterios diferenciales y la articulación entre derivación e integración. Estos resultados permitieron precisar las brechas conceptuales que debía atender la propuesta didáctica.

La Estrategia Didáctica CALC-STEM se diseñó como respuesta a las brechas identificadas en el diagnóstico. Su estructura articuló GeoGebra, Python, STEM y TPACK contextualizado mediante unidades, sesiones y momentos didácticos orientados a la visualización, la modelación, la formalización conceptual, la transferencia a problemas de ingeniería y la metacognición. La propuesta no se orientó únicamente al uso instrumental de herramientas digitales, sino a su integración pedagógica para favorecer la comprensión conceptual del cálculo en un entorno universitario virtual.

La valoración de especialistas confirmó la pertinencia teórica, la coherencia interna, la viabilidad pedagógica y la adecuación contextual de la Estrategia Didáctica CALC-STEM. Las observaciones recibidas permitieron ajustar la versión final de la propuesta y delimitar su alcance como estrategia diseñada y validada por criterio experto. Al no haberse desarrollado una implementación experimental, queda abierta como línea futura su aplicación en

condiciones reales de enseñanza para evaluar su impacto en la comprensión conceptual, especialmente en los modelos de análisis estructural de funciones y articulación derivada-integral.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.
- Artigue, M. (1991). Analysis. En D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 167–198). Kluwer Academic Publishers.
- Cervantes-Barraza, J. A., Rodríguez-Nieto, C. A., Damian-Mojica, A., & Morales-Carballo, A. (2025). Promoting the use of the Python programming language to analyze contextualized situations on derivatives and integrals considering the Fundamental Theorem of Calculus. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(9), em2705. <https://doi.org/10.29333/ejmste/16885>
- Colquepisco-Paucar, N. T. (2019). Aprendiendo el cálculo diferencial e integral con GeoGebra. *Killkana Técnica*, 3(2), 11–16. https://doi.org/10.26871/killkana_tecnica.v3i2.484
- Díaz Barriga, F., & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo* (2.ª ed.). McGraw-Hill.
- Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. En D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level* (pp. 275–282). Kluwer Academic Publishers.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- English, L. D. (2016). STEM education K-12: Perspectives on integration. *International Journal of STEM Education*, 3(3), 1–11. <https://doi.org/10.1186/s40594-016-0036-1>
- Flores Chucusea, J. A. (2026). Reflexiones teóricas y fácticas en cuanto al aprendizaje del cálculo diferencial e integral en educación superior. *3D Research & Educational Studies*, 5(1), 1–15. <https://doi.org/10.63688/3drbz61>
- Flores Condarco, C. J. (2025). La modelización matemática como estrategia didáctica de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial en la carrera de ingeniería geológica. *Educación Superior*, 12(1). <https://doi.org/10.53287/mwgg7689wn40f>
- Guerrero Chirinos, R. A., Pérez Benítez, H. A., Delgado Vega, R. J., León Loaiza, M. A., & Santos Torres, R. N. (2025). GeoGebra en el rendimiento académico y la comprensión de la derivada en estudiantes de ingeniería: Un estudio cuasiexperimental. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 9(6). https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i6.21873
- Kelley, T. R., & Knowles, J. G. (2016). A conceptual framework for integrated STEM education. *International Journal of STEM Education*, 3(11), 1–11. <https://doi.org/10.1186/s40594-016-0046-z>
- Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity. *Personnel Psychology*, 28(4), 563–575.
- Petko, D., Mishra, P., & Koehler, M. J. (2025). TPACK in context: An updated model. *Computers and Education Open*, 8, 100244. <https://doi.org/10.1016/j.caeo.2025.100244>
- Portillo Lara, H. J., Ávila Sandoval, M. S., & López Ruvalcaba, C. (2019). La derivada y el uso de GeoGebra en problemas de optimización. *El Cálculo y su Enseñanza*, 13(1), 1–12. <https://doi.org/10.61174/recacym.v13i1.41>
- Rochaminah, S., Wahyono, U., Nursupiamin, & Badjeber, R. (2025). Conceptual and procedural knowledge of prospective mathematics teacher in solving derivative problems. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 26(1), 105–117. <https://doi.org/10.23960/jpmipa.v26i1.pp105-117>
- Salgado Friol, A. H., Ibáñez Fernández, M., Rigual Delgado, S. M., Ramírez Vale, R., Padrón Monzón, G., & López Escalona, E. (2020). Estrategia metodológica para el cálculo diferencial e integral en la carrera “Sistemas de Información en Salud”. *Revista Cubana de Informática Médica*, 12(1). http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1684-18592020000100108
- Sanchez de Paulo, G., Viesel, C., & Corrêa, I. L. (2023). Python™ com o Google Colab para entender conceitos básicos de cálculo diferencial e integral. *Professor de Matemática Online*, 11(4). <https://doi.org/10.21711/2319023x2023/pmo1133>
- Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas* (7.ª ed.). Cengage Learning.
- Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge University Press.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Thompson, P. W. (1994). Images of rate and operational understanding of the Fundamental Theorem of Calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2–3), 229–274. <https://doi.org/10.1007/BF01273664>

Tigse Comina, M. V., & García Herrera, J. F. (2025). El proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas en el tercer año de bachillerato. *Revista Científica Multidisciplinar Generando*, 6(1). <https://doi.org/10.60100/rcmg.v6i1.505>

Universidad Bolivariana del Ecuador. (2024). *Plan Analítico de la asignatura Matemática 1* [Documento interno].

Valle Lima, A. (2012). *La estrategia didáctica: una concepción integradora del proceso de enseñanza-aprendizaje*. Pueblo y Educación.

Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L., & Wilensky, U. (2016). Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, 25(1), 127–147. <https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5>

Wilson, F. R., Pan, W., & Schumsky, D. A. (2012). Recalculation of the critical values for Lawshe's content validity ratio. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 45(3), 197–210.

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33–35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>

Xu, L., Liu, R.-D., Star, J. R., Wang, J., Liu, Y., & Zhen, R. (2017). Measures of potential flexibility and practical flexibility in equation solving. *Frontiers in Psychology*, 8, 1368. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01368>

CONFLICTO DE INTERESES:

Los autores declaran no tener conflictos de intereses.

Autor	Roles
Autor 1	Encargado de: Conceptualización, Metodología, Validación, Análisis formal, Investigación
Autor 2	Encargado de: Administración de proyectos, Recursos, Software, Supervisión, Validación, Visualización

Contribución de los autores

