



PROTOTIPICIDAD ORIENTACIONAL Y SU ALCANCE INFERENCIAL EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

ORIENTATIONAL PROTOTYPICALITY AND ITS INFERENTIAL SCOPE IN MATHEMATICS TEACHER EDUCATION

Graciela Abad Peña ¹

E-mail: gabad1989@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3684-7233>

Katia Lisset Fernández Rodríguez ^{2*}

E-mail: katia.fernandez@ug.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7146-2868>

Ana Loyda Robles Altamirano ³

E-mail: aroblesa1@unemi.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5933-0854>

Edwin Waldir Candela Vera ⁴

E-mail: edwin.candela@utm.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-2235-0062>

¹ Investigadora Independiente. Ecuador

² Universidad de Guayaquil. Guayaquil, Guayas, EC

³ Universidad Estatal de Milagro. Ecuador

⁴ Universidad Técnica de Manabí. Manabí, Ecuador

*Autor para correspondencia

Cita sugerida (APA, séptima edición)

Abad Peña, G., Fernández Rodríguez, K. L., Robles Altamirano, A. L., & Candela Vera, E. W. (2026). Prototipicidad orientacional y su alcance inferencial en la formación de profesores de matemática. *Revista Conrado*, 22(112), 5756.

RESUMEN

Las representaciones geométricas recurrentes pueden incorporar rasgos visuales que no forman parte de las propiedades definitorias de los objetos matemáticos. Analizamos la prototipicidad orientacional en 230 construcciones producidas por 115 estudiantes de una maestría ecuatoriana en Educación con mención en Matemática. Cada participante resolvió dos tareas de construcción con orientación libre, correspondientes a un triángulo isósceles y un cuadrado. En ambas tareas predominó ampliamente la producción de configuraciones orientacionalmente prototípicas, y la mayoría de los participantes mantuvo este patrón en las dos figuras. Las entrevistas realizadas a quienes produjeron al menos una configuración no prototípica mostraron argumentos vinculados con la invariancia geométrica, decisiones deliberadas sobre la orientación y experiencias previas con figuras rotadas. Estos hallazgos permiten distinguir la orientación efectivamente producida del repertorio de representaciones que cada participante puede movilizar: una construcción aislada evidencia una elección gráfica concreta, pero no permite establecer por sí sola rigidez representacional ni ausencia de alternativas. En la formación de profesores, los resultados respaldan el uso de tareas que introduzcan variaciones deliberadas

en atributos no definitorios y promuevan la justificación de las propiedades que permanecen invariantes.

Palabras clave:

Prototipicidad Orientacional; Construcción Geométrica; Representación Geométrica; Formación de Profesores; Educación Matemática

ABSTRACT

Recurrent geometric representations may incorporate visual features that are not part of the defining properties of mathematical objects. We analyzed orientational prototypicality in 230 constructions produced by 115 students enrolled in an Ecuadorian master's program in Education with a specialization in Mathematics. Each participant completed two construction tasks with unrestricted orientation, involving an isosceles triangle and a square. In both tasks, orientationally prototypical configurations predominated markedly, and most participants maintained this pattern across the two figures. Interviews with participants who produced at least one non-prototypical configuration revealed arguments related to geometric invariance, deliberate decisions about orientation, and prior experience with rotated figures. These findings make it possible to distinguish the orientation actually produced from the



Esta obra está bajo una licencia internacional Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0.

range of representations each participant may be able to mobilize: a single construction provides evidence of a specific graphical choice, but does not by itself establish representational rigidity or the absence of alternatives. In teacher education, the results support the use of tasks that deliberately vary non-defining attributes and promote justification of the properties that remain invariant.

Keywords:

Oriental Prototypicality; Geometric Construction; Geometric Representation; Teacher Education; Mathematics Education

INTRODUCCIÓN

En geometría, una figura matemática se reconoce y se produce mediante representaciones concretas que hacen visibles determinadas propiedades, pero que también incorporan rasgos contingentes de forma, tamaño y posición. Esta dicotomía entre definición y apariencia explica que una configuración familiar pueda adquirir relevancia durante el reconocimiento o la clasificación, aunque el rasgo visual que la caracteriza no pertenezca a la definición. La noción de imagen conceptual formulada por Tall & Vinner (1981), la caracterización de los conceptos figurales de Fischbein (1993) y los análisis de la representación externa en geometría desarrollados por (Duval, 1998; Mesquita, 1998) convergen en reconocer el papel de la representación en la actividad matemática. Sin embargo, la representación no debe confundirse con las propiedades que determinan la identidad del objeto geométrico. En este marco, la distinción entre atributos críticos y no críticos propuesta por Hershkowitz & Vinner (1983) permite establecer que ciertos rasgos perceptivos, aunque recurrentes en una representación, no necesariamente constituyen condiciones definitorias del concepto geométrico.

Cuando una determinada representación de un concepto se presenta de manera recurrente y concentra atributos no críticos, puede consolidarse como un prototipo en la imagen conceptual de los estudiantes. El estudio de los prototipos cuenta con una amplia trayectoria en la investigación sobre el aprendizaje de la geometría. Hershkowitz (1990) examinó sus fundamentos psicológicos; (Moriena & Scaglia, 2003; Scaglia & Moriena, 2005) abordaron los efectos de representaciones gráficas estereotipadas y la distinción entre prototipos y estereotipos. Fujita & Jones (2007) mostraron que los modelos implícitos y las imágenes prototípicas pueden interferir en la comprensión de relaciones jerárquicas, y Fujita (2012) confirmó que esa influencia persiste en distintos niveles de comprensión. Haj Yahya & Hershkowitz (2026) describieron, además,

interferencias de representaciones prototípicas en la construcción conceptual y la demostración. En esta tradición, el prototipo se estudia principalmente como una restricción, es decir, como una imagen que limita lo que el sujeto reconoce, acepta o produce.

En años recientes, la atención se ha desplazado hacia situaciones que exigen producir, transformar o justificar figuras. Pittalis & Drijvers (2023) identificaron esquemas de arrastre guiados inicialmente por imágenes prototípicas; Toscano et al. (2024) documentaron diferencias en el discurso de futuros profesores ante sólidos prototípicos y no prototípicos; y Shayeb et al. (2025) mostraron que el análisis de ejemplos no prototípicos puede favorecer la reconstrucción de definiciones. Asimismo, los ejemplos generados por los propios sujetos se han utilizado como vía de acceso a sus imágenes conceptuales (Zazkis y Leikin, 2008; Popper & Yerushalmy, 2022).

Kalénine et al. (2013), por ejemplo, solicitaron a cada participante que realizara un único dibujo de un rectángulo y de un triángulo. A partir de estas producciones, caracterizaron la organización de las categorías geométricas en torno a un prototipo. Esta inferencia resulta pertinente para describir tendencias grupales; sin embargo, plantea una limitación cuando se traslada al plano individual. Si una tarea deja libre un atributo no crítico y el participante produce la representación habitual, su construcción permite identificar la representación seleccionada, pero no determinar si disponía de alternativas, si las consideró y descartó o si, en efecto, no era capaz de producirlas.

La orientación constituye un caso especialmente claro para examinar esta transición inferencial. Un triángulo isósceles conserva la igualdad de sus lados al rotarlo. Del mismo modo, un cuadrado conserva su identidad geométrica cuando se rota, pues la igualdad de sus lados y la presencia de cuatro ángulos rectos permanecen invariantes. La alineación de sus lados con los bordes del soporte, en cambio, constituye un rasgo perceptivo contingente que no interviene en su definición. Por tanto, la orientación es un atributo no crítico en sentido estricto.

Las representaciones geométricas alineadas con referencias habituales, como la base horizontal, el vértice superior o los lados paralelos a los ejes, predominan tanto en los materiales de enseñanza como en la producción espontánea de niños y adultos (Kalénine et al., 2013; Mut et al., 2025). No obstante, aunque una tarea con orientación libre permite identificar la configuración seleccionada, esa producción no basta para inferir las posibilidades representacionales ni la flexibilidad cognitiva del participante.

Este problema adquiere especial relevancia en la formación del profesorado de Matemática. La selección y la generación de ejemplos constituyen componentes del conocimiento matemático para la enseñanza (Ball et al., 2008; Watson & Mason, 2005) y condicionan la diversidad representacional que circula en el aula (Fernández et al., 2026). Asimismo, la revisión sistemática de Weigand et al. (2025) muestra que las representaciones, los recursos y la formación docente continúan siendo líneas centrales de la investigación contemporánea en educación geométrica. Si las orientaciones prototípicas también predominan entre docentes en ejercicio, resulta relevante documentar su frecuencia; no obstante, es igualmente necesario evitar atribuirles una rigidez representacional que la evidencia empírica no permite sostener.

Para abordar este problema, empleamos el término prototipicidad orientacional exclusivamente para describir una propiedad observable de la construcción, esto es, su alineación con las referencias habituales del soporte. No la tratamos como un indicador directo de una imagen conceptual, una preferencia estable o una restricción cognitiva. Esta definición permite distinguir cuatro niveles analíticos que no deben confundirse: la orientación producida, la disponibilidad de orientaciones alternativas, la elección entre alternativas y una eventual restricción representacional. Una única construcción permite clasificar el primer nivel; los restantes requieren evidencia adicional acerca de las formas que el participante puede generar, las opciones que consideró y las dificultades que enfrenta cuando la tarea le exige variar la configuración.

Con base a lo anterior, el objetivo de este estudio fue caracterizar la prototipicidad orientacional en las construcciones de un triángulo isósceles y de un cuadrado realizadas por docentes que cursaban una maestría en Educación Matemática, así como delimitar qué puede inferirse y qué no a partir de esas producciones. Para ello, se formularon las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Qué frecuencia alcanza la orientación prototípica en las construcciones de cada figura?
- ¿En qué medida se mantiene este patrón entre ambas figuras en el nivel individual?
- ¿Qué razones, decisiones o experiencias emergen en los relatos de los participantes que produjeron al menos una configuración no prototípica?

MATERIALES Y MÉTODOS

Diseño, participantes y contexto

Desarrollamos un estudio descriptivo con diseño mixto secuencial explicativo (Creswell & Plano Clark, 2018). Una fase cuantitativa caracterizó las orientaciones producidas

y una fase cualitativa posterior examinó, mediante un muestreo de casos desviados, a los participantes que se apartaron del patrón predominante. Esta articulación permitió examinar el patrón observable y, en los casos divergentes, profundizar en los argumentos y decisiones expresados por los participantes (Abad Peña et al., 2021). Invitamos a los 125 estudiantes matriculados en una cohorte de una maestría en Educación con mención en Matemática impartida en línea por una universidad ecuatoriana, entre enero y julio de 2025. De estos participaron 115 estudiantes, equivalentes al 92,0% del grupo invitado, y recogimos los datos entre mayo y junio de 2025 en una sesión asincrónica. Ninguno de los diez no participantes adujo dificultades con el contenido geométrico. La edad media fue de 34,6 años ($DE = 6,8$), el 58,3% fueron mujeres y la experiencia docente media alcanzó 6,5 años ($DE = 5,2$). Según su titulación de grado, 37 participantes procedían de Licenciatura en Educación Matemática, 28 de Física y Matemática, 34 de ingenierías y 16 de otras áreas.

Instrumento, aplicación, medición y regla operacional

La prueba comprendió dos tareas (T1 y T2) con condiciones métricas explícitas y orientación libre. En T1 solicitamos construir un triángulo isósceles MNP con $MN = NP = 6$ cm y $\angle M = 55^\circ$ y en T2, un cuadrado ABCD de lado 5 cm. La consigna dejó abierta la disposición de las figuras respecto del soporte y no hacía referencia a la orientación ni a la posición de las figuras. La herramienta de construcción quedó documentada solo para los cuatro participantes con producciones no prototípicas (8 de las 230 producciones, 3,5%); de ellos, uno trabajó a mano y tres en GeoGebra, lo que indica que la tarea no fijó una herramienta única. Por esa cobertura parcial, la herramienta no se incluyó en ningún análisis, y el posible efecto de ejes, cuadrículas o funciones de ajuste queda fuera del alcance del estudio.

La variable del análisis cuantitativo fue la clasificación orientacional de cada producción bajo una regla de $\pm 10^\circ$. En T1 utilizamos la desviación axial de la base MP respecto de la horizontal y la posición del vértice N con relación a la recta MP; clasificamos como prototípica la construcción cuando MP quedó a no más de 10° de la horizontal y N se situó en el semiplano superior. En T2 utilizamos la menor distancia angular de los lados a los ejes horizontal y vertical del soporte y aplicamos el mismo umbral de $\pm 10^\circ$. Como los lados del cuadrado son paralelos o perpendiculares entre sí, basta con que un lado cumpla la condición para que la cumplan todos.

Este umbral se utilizó exclusivamente como regla operacional de codificación y no como frontera teórica de la

prototipicidad. Adoptamos $\pm 10^\circ$ porque esa tolerancia absorbe las pequeñas desviaciones propias del trazado manual, de la captura de imagen y del ajuste en pantalla, sin incluir rotaciones apreciables a simple vista. Una regla más estricta, de $\pm 5^\circ$, reduciría la banda admisible a la mitad en ambas figuras. Cada producción se clasificó con esta regla y la clasificación se registró como variable dicotómica, con el mismo umbral en todas las producciones. Las medidas angulares continuas no se conservaron de forma homogénea para toda la muestra, por lo que no es posible examinar otros puntos de corte.

Tabla 1: Criterios operacionales de clasificación de la orientación

Figura	Referencia	Regla operacional de orientación prototípica
Triángulo isósceles MNP	Base MP y posición de N	MP a $\leq 10^\circ$ de la horizontal y N por encima de MP
Cuadrado ABCD	Lados	Lados a $\leq 10^\circ$ de los ejes horizontal y vertical

Nota. La banda $\pm 10^\circ$ ocupa 20° de 360° en T1 (5,6%), porque la condición sobre N excluye la configuración invertida, y 20° de 90° en T2 (22,2%), por la periodicidad rotacional de 90° del cuadrado.

Estas fracciones caracterizan exclusivamente la geometría de las reglas operacionales.

La Figura 1 ilustra la aplicación del umbral de $\pm 10^\circ$ en ambas tareas y muestra la condición posicional adicional utilizada en T1 para el vértice N.

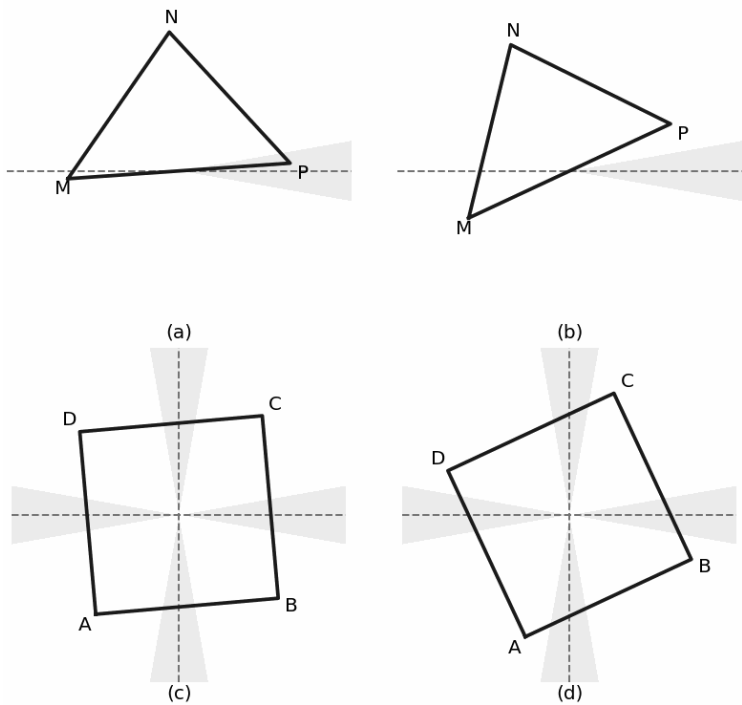


Figura 1: Regla operacional de $\pm 10^\circ$ para el triángulo isósceles y el cuadrado

Nota. Los sectores sombreados representan la tolerancia angular. En (a), la base MP queda dentro de la banda horizontal, con N por encima; en (b), MP queda fuera de esa banda. En (c), los lados del cuadrado quedan dentro de las bandas axiales; en (d), quedan fuera. Los dibujos son esquemáticos y no reproducen producciones de participantes.

Preparación de los datos y análisis cuantitativo

Verificamos mediante trece controles de integridad 115 participantes, 230 producciones y dos tareas por persona, sin duplicados ni valores faltantes en la clasificación. Calculamos frecuencias, porcentajes e intervalos exactos de Clopper-Pearson (Clopper & Pearson, 1934) al 95% para describir la concentración orientacional por tarea y en el nivel del participante. La construcción constituyó la unidad de registro para cada tarea y el participante la unidad

independiente para examinar la consistencia entre ambas. Para examinar esa consistencia, comparamos la frecuencia conjunta observada con la que predicen las proporciones de cada figura bajo independencia. La comparación entre T1 y T2 se mantuvo en un plano descriptivo, debido a que las reglas operacionales no son geoméricamente equivalentes y la banda admisible del triángulo es cuatro veces más estrecha que la del cuadrado. Por ello, el análisis se orientó a caracterizar la concentración observada dentro de cada tarea e interpretó los intervalos como indicadores de la incertidumbre asociada a un grupo de este tamaño, sin pretensión de generalización a otros programas. Realizamos el procesamiento descriptivo en R versión 4.3.3 (R Core Team, 2024), utilizando los paquetes base, y verificamos de forma independiente los resultados mediante IBM SPSS Statistics versión 29.0.

Evidencia cualitativa focal

Después de clasificar las producciones entrevistamos a los cuatro participantes que presentaron al menos una producción no prototípica. Las entrevistas duraron entre 20 y 30 minutos y siguieron una guía semiestructurada de once preguntas abiertas. Estas se organizaron en cinco núcleos temáticos centrados en las razones de la orientación producida, las propiedades utilizadas para validar la figura, las experiencias con figuras rotadas, las configuraciones consideradas habituales y la posibilidad de representar la figura de otra manera.

En el registro de análisis se conservó únicamente un extracto por participante, sin especificar a qué pregunta correspondía. Cada fragmento se vinculó con la producción que motivó la selección del caso. Esto permitió examinar exclusivamente el contenido explícito sobre invariancia, elección entre orientaciones y experiencia previa. Finalmente, para reducir el riesgo de identificación indirecta, dos fragmentos breves se reprodujeron literalmente y los otros dos se resumieron. La categorización fue realizada por un único codificador. Dado que las preguntas indagaban las razones de una orientación no habitual, las respuestas pueden contener justificaciones elaboradas con posterioridad a la construcción. Por este motivo, se interpretan como relatos de los participantes y no como una reconstrucción fiel de su proceso de decisión.

Consideraciones éticas

La participación de los maestrandos en el estudio fue voluntaria. Antes de realizar las tareas y las entrevistas, informamos a los participantes sobre los objetivos del estudio, el tratamiento de sus producciones y su derecho a retirarse en cualquier momento; todos otorgaron su consentimiento informado por escrito. Asimismo, asignamos identificadores codificados, separamos el tratamiento de los datos de la evaluación académica del programa y trabajamos exclusivamente con información anonimizada.

RESULTADOS

El grupo analizado incluyó 230 producciones de 115 participantes. En el triángulo isósceles, 113 de 115 construcciones cumplieron el criterio orientacional, lo que equivale al 98,3% (IC exacto del 95% [93,9; 99,8]). En el cuadrado lo cumplieron 112 de 115, correspondiente al 97,4% (IC exacto del 95% [92,6; 99,5]) (Tabla 2).

En total, 225 de las 230 producciones (97,8%) coincidieron con la configuración operacionalmente definida como prototípica. Dado que las dos reglas de clasificación no son geoméricamente equivalentes, la proximidad entre ambos porcentajes no se interpreta como una equivalencia entre figuras, sino como una alta concentración dentro de cada regla. En ambos casos, la proporción observada supera ampliamente la que la regla abarca únicamente por su condición geométrica: un 5,6% de las orientaciones posibles en el triángulo y un 22,2% en el cuadrado (Figura 2).

Tabla 2: Distribución de la prototipicidad orientacional por figura y por participante

Unidad	n	Prototípicas, n (%)	IC 95% exacto	No prototípicas
Triángulo isósceles (T1)	115	113 (98,3)	[93,9; 99,8]	2
Cuadrado (T2)	115	112 (97,4)	[92,6; 99,5]	3
Participantes prototípicos en ambas tareas	115	111 (96,5)	[91,3; 99,0]	4

Nota. IC = intervalo de confianza. La fila de participantes resume la consistencia entre tareas en la unidad independiente del estudio; en ella, la última columna indica el número de participantes con al menos una construcción no prototípica.



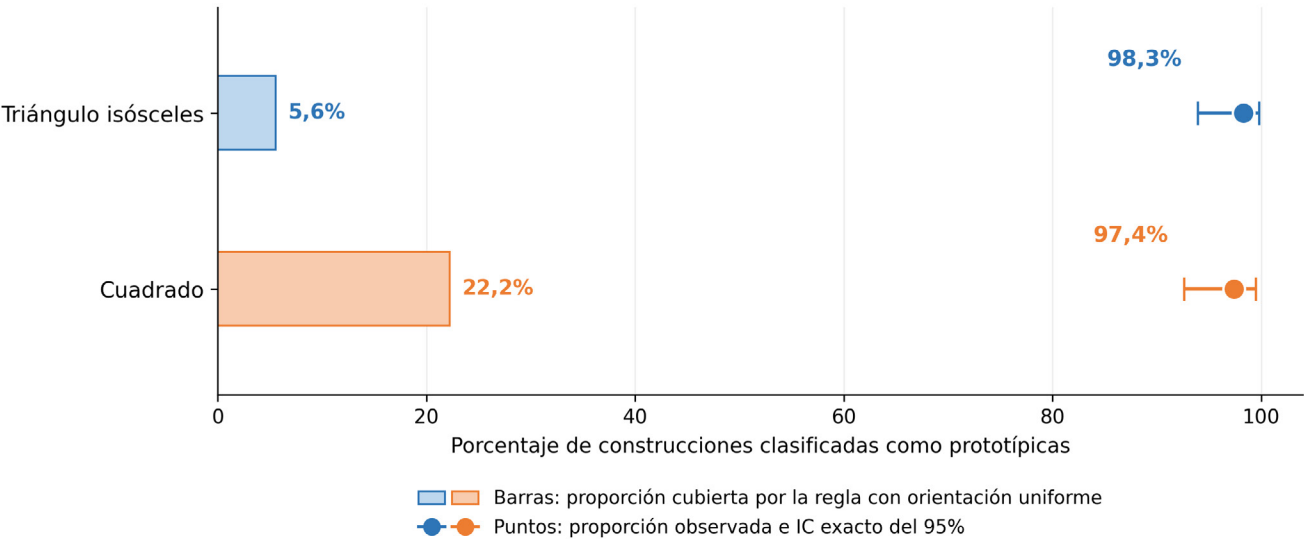


Figura 2: Proporción observada de construcciones prototípicas y proporción cubierta por la regla de clasificación

Nota. Las barras indican la proporción de orientaciones que cada regla clasificaría como prototípicas si la figura se orientara de manera uniforme al azar; es una propiedad geométrica de la regla y no un modelo de cómo los participantes eligen la orientación. Los puntos indican las proporciones observadas y las líneas horizontales, sus intervalos exactos del 95%.

Coincidencia de las orientaciones entre tareas

De los 115 participantes, 111 produjeron orientaciones prototípicas en ambas tareas, un 96,5% (IC exacto del 95% [91,3; 99,0]). Un participante presentó una producción no prototípica solo en T1, dos únicamente en T2 y uno en ambas tareas. Esta distribución muestra que el patrón predominante atravesó a casi todo el grupo y que las cinco producciones no prototípicas se concentraron en cuatro participantes.

Si la clasificación en una tarea fuera independiente de la obtenida en la otra, las proporciones de cada figura predecirían 110,05 participantes prototípicos en ambas; la cifra observada supera esa expectativa en menos de un participante. La consistencia entre tareas refleja, por tanto, la alta concentración dentro de cada figura y no permite distinguir un patrón individual estable de la simple coincidencia de dos proporciones elevadas. Con solo cinco producciones no prototípicas el efecto techo deja muy poca variabilidad entre tareas para examinar asociaciones.

Relatos asociados a orientaciones no prototípicas

La Tabla 3 sintetiza el contenido documentado en las entrevistas a los cuatro participantes con al menos una construcción no prototípica.

C1 fundamentó su triángulo en propiedades invariantes: “Cuando leo triángulo isósceles, pienso en las propiedades, no en cómo se ve, dos lados iguales, dos ángulos iguales, para mí la posición es irrelevante matemáticamente”.

C2 reconoció la configuración habitual y declaró una decisión explícita de apartarse de ella: “Pensé que probablemente todos iban a dibujar el triángulo con el vértice vertical, o sea para arriba y decidí hacerlo diferente porque matemáticamente da igual”. Ese fragmento documenta la decisión respecto del triángulo, pero no ofrece una explicación equivalente para su cuadrado.

C3 y C4 relacionaron sus cuadrados rotados con experiencias previas de trabajo con figuras en distintas orientaciones; C4 añadió que el giro conserva la identidad geométrica del cuadrado.

Tabla 3: Contenido documentado en los cuatro casos con al menos una construcción no prototípica

Caso	Construcción no prototípica	Categoría documentada	Evidencia aportada
C1	Triángulo isósceles	Argumento de invariancia	Justifica la orientación desde propiedades invariantes
C2	Triángulo isósceles y cuadrado	Reconocimiento y decisión declarada	Reconoce la orientación habitual y declara elección en T1
C3	Cuadrado	Experiencia previa	Relaciona la orientación con experiencia previa
C4	Cuadrado	Experiencia previa e invariancia	Relaciona experiencia previa e invariancia geométrica

Nota. Las categorías describen exclusivamente el contenido explícito de los fragmentos analizados y se interpretan en ese nivel.

DISCUSIÓN

Concentración orientacional y alcance inferencial

La concentración orientacional fue muy alta en ambas tareas y, en las dos figuras, superó ampliamente la proporción que la regla de clasificación cubre por su sola geometría. Este patrón coincide con una literatura que ha mostrado el peso de configuraciones familiares en el reconocimiento, la definición y la producción geométrica (Fujita, 2012; Haj Yahya & Hershkowitz, 2026; Kalénine et al., 2013; Toscano et al., 2024), así como con el predominio de triángulos prototípicos en los libros de texto (Mut et al., 2025). Desde una perspectiva educativa, el dato relevante no es la proximidad entre los porcentajes de ambas figuras, cuyas reglas no son comparables, sino que dos tareas con orientación libre condujeron casi sin excepción a configuraciones alineadas con referencias habituales del soporte. Conviene notar que Kalénine et al. (2013) observaron la misma tendencia en niños que aún no habían recibido instrucción geométrica; la preferencia por la horizontal no puede atribuirse, por tanto, sin más a la enseñanza recibida ni a carencias de la formación docente. La evidencia describe una regularidad de producción; no identifica, por sí sola, el conocimiento disponible ni la flexibilidad representacional de cada participante.

La contribución central de este estudio reside en separar cuatro niveles que suelen confundirse cuando la inferencia se realiza a partir de producciones únicas. Estos niveles corresponden a la orientación producida, la disponibilidad de alternativas, la elección entre alternativas y la restricción representacional. Una construcción prototípica solo informa sobre el primer nivel, y ni siquiera su repetición resulta suficiente para trascenderlo. Aunque 111 participantes produjeran configuraciones prototípicas en ambas figuras, esto sugiere solo a primera vista un patrón individual; dicha cifra apenas supera la combinación de dos proporciones elevadas bajo la hipótesis de tareas independientes, por lo que la consistencia observada permanece en el primer nivel.

Para evidenciar los niveles restantes, sería necesario solicitar nuevas producciones, introducir variaciones obligatorias o indagar las explicaciones del participante sobre las opciones consideradas. El caso de C2 ilustra la importancia de esta distinción, pues reconoció una configuración habitual y decidió apartarse de ella, lo que demuestra que una representación familiar y una elección consciente no son categorías excluyentes. En cambio, para los 111 participantes que mantuvieron configuraciones prototípicas en ambas tareas, no disponemos de evidencia equivalente sobre las alternativas que podían generar.

Interpretación de la evidencia focal

Los cuatro casos no prototípicos mostraron razones heterogéneas. En C1 y C4 aparecieron argumentos de invariancia; C2 explicitó una elección deliberada; y C3 y C4 relacionaron sus producciones con experiencias previas. Esta diversidad impide convertir la configuración no prototípica en un indicador simple de mayor flexibilidad. El relato de C2 muestra, además, que una producción no prototípica puede responder a consideraciones sobre la propia tarea, como anticipar lo que harían los demás, y no solo a la representación de la figura.

Como los relatos se obtuvieron después de la construcción, también pueden contener justificaciones elaboradas a posteriori. Lo que sí muestran los casos es que algunos participantes distinguieron explícitamente entre propiedades geométricas y disposición visual. Para la investigación educativa, esa distinción resulta más informativa que etiquetar la producción final como flexible o rígida.

Implicaciones formativas

En la formación de profesores, los resultados justifican respaldan trabajar la orientación como objeto explícito de reflexión didáctica. Una secuencia puede comenzar con una construcción espontánea de orientación libre, exigir



después nuevas representaciones de la misma figura en posiciones contrastantes y pedir que los estudiantes expliquen qué propiedades permanecen invariantes. La segunda fase de esa secuencia aporta, además, justo la evidencia que una construcción aislada no ofrece: permite observar si el estudiante dispone de orientaciones alternativas. La comparación entre ejemplos prototípicos y no prototípicos permite discutir qué atributos son críticos y cuáles son contingentes (Hershkowitz & Vinner, 1983), mientras la generación deliberada de ejemplos amplía el espacio representacional disponible para la enseñanza (Watson & Mason, 2005).

Los entornos de geometría dinámica ofrecen un medio especialmente adecuado para esta secuencia, porque permiten arrastrar y comparar configuraciones y desplazar la atención desde la apariencia perceptiva hacia las propiedades invariantes (Abad Peña et al., 2026; Vízek et al., 2025). Este tipo de tareas desplaza el foco desde dibujar diferente hacia justificar por qué la identidad geométrica se conserva y decidir qué diversidad representacional conviene hacer visible en el aula. La propuesta también converge con la teoría de la variación (Kullberg et al., 2017), con las tareas basadas en ejemplos (Popper & Yerushalmy, 2022) y con el análisis de decisiones docentes ante secuencias geométricas (Fernández et al., 2026).

Limitaciones y proyección

Los resultados se limitan a dos figuras y a una cohorte de posgrado. Los hábitos de trazado y las cuadrículas o funciones de ajuste de las interfaces digitales pudieron favorecer la horizontalidad, y la falta de un registro homogéneo de las medidas angulares impide evaluar otros puntos de corte. El análisis cualitativo, centrado en los cuatro participantes con producciones no prototípicas y codificado por un solo investigador, describe esos casos y no el patrón mayoritario. Estudios posteriores deberían ampliar la muestra y las figuras, proponer datos de partida oblicuos que separen la orientación del procedimiento de trazado y entrevistar también a participantes con producciones prototípicas.

CONCLUSIONES

La orientación prototípica alcanzó una frecuencia casi total en ambas tareas, superando ampliamente la cobertura de las reglas operacionales. Este dato sugiere que la orientación producida describe únicamente una configuración puntual, pero no mide el repertorio disponible, la elección consciente ni la flexibilidad cognitiva del participante. Por ello, la repetición del patrón no demuestra

rigidez cognitiva, así como una construcción no prototípica tampoco acredita por sí sola una mayor flexibilidad.

Didácticamente, la recurrencia de figuras prototípicas evidencia la necesidad de hacer explícita la variación orientacional en la enseñanza. En la formación docente, esta delimitación orienta hacia tareas que varíen la orientación manteniendo invariantes las propiedades definitorias y exijan justificar las decisiones de representación. Exigir representaciones múltiples desplaza el foco desde la apariencia habitual hacia las relaciones geométricas esenciales, aportando la evidencia que una construcción aislada no puede ofrecer sobre cómo los profesores producen y justifican alternativas representacionales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abad Peña, G., Fernández Rodríguez, K. L., Delgado Menoscal, S. E., & Boderó León, J. C. (2021). *La investigación educativa: teoría y práctica*. Editorial Tecnocientífica Americana. <https://etecam.com/index.php/etecam/article/view/66>
- Abad Peña, G., Fernández Rodríguez, K. L., Castro Muñoz, J. A., Briones Franco, J. G., & Ayoví Vanegas, M. (2026). Geometría en movimiento: exploraciones didácticas con GeoGebra. Tomo 1. Sophia Editions. <https://doi.org/10.64092/SCZC1503>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Clopper, C. J., & Pearson, E. S. (1934). The use of confidence or fiducial limits illustrated in the case of the binomial. *Biometrika*, 26(4), 404–413. <https://doi.org/10.1093/biomet/26.4.404>
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2018). *Designing and conducting mixed methods research* (3.ª ed.). SAGE.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI study* (pp. 37–52). Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/978-94-011-5226-6>
- Fernández, C., Ortiz-Laso, Z., Saorín, A., & Bernabeu, M. (2026). Pre-service teachers' interpretations and decisions about a 3D geometry activity sequence. *Education Sciences*, 16(1), Article 54. <https://doi.org/10.3390/educsci16010054>
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139–162. <https://doi.org/10.1007/BF01273689>
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60–72. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.003>

- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1-2), 3-20. <https://doi.org/10.1080/14794800008520167>
- Haj Yahya, A., & Hershkowitz, R. (2026). Interference of prototypical geometry representations in students' construction of concepts and development of proofs. *Mathematical Thinking and Learning*, 28(1), 53-74. <https://doi.org/10.1080/10986065.2024.2386619>
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. En P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 70-95). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139013499.006>
- Hershkowitz, R., & Vinner, S. (1983). The role of critical and non-critical attributes in the concept image of geometrical concepts. In R. Hershkowitz (Ed.), *Proceedings of the Seventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 223-228). Weizmann Institute of Science.
- Kalénine, S., Cheam, C., Izard, V., & Gentaz, E. (2013). Adults and 5-year-old children draw rectangles and triangles around a prototype but not in the golden ratio. *British Journal of Psychology*, 104(3), 400-412. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8295.2012.02129.x>
- Kullberg, A., Runesson Kempe, U., & Marton, F. (2017). What is made possible to learn when using the variation theory of learning in teaching mathematics? *ZDM Mathematics Education*, 49(4), 559-569. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0858-4>
- Mesquita, A. L. (1998). On conceptual obstacles linked with external representation in geometry. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 183-195. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80058-5](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80058-5)
- Moriena, S., & Scaglia, S. (2003). Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. *Educación Matemática*, 15(1), 5-19. <https://doi.org/10.24844/EM1501.1>
- Mut, A. İ., Pekylen, M. A., & Korkmaz, H. (2025). Matematik ders kitaplarında bulunan üçgen şekillerinin prototipiklik durumlarının incelenmesi [Análisis de la prototipicidad de las figuras de triángulos en los libros de texto de matemática]. *Journal of Computer and Education Research*, 13(26), 1008-1037. <https://doi.org/10.18009/jcer.1666414>
- Pittalis, M., & Drijvers, P. (2023). Embodied instrumentation in a dynamic geometry environment: Eleven-year-old students' dragging schemes. *Educational Studies in Mathematics*, 113(2), 181-205. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10222-3>
- Popper, P., & Yerushalmy, M. (2022). Online example-based assessment as a resource for teaching about quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 110(1), 83-100. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10109-1>
- R Core Team. (2024). *R: A language and environment for statistical computing* (Version 4.3.3) [Computer software]. R Foundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>
- Scaglia, S., & Moriena, S. (2005). Prototipos y estereotipos en geometría. *Educación Matemática*, 17(3), 105-120. <https://doi.org/10.24844/EM1703.05>
- Shayeb, H., Shahbari, J. A., & Haj-Yahya, A. (2025). First- and second-grade prospective teachers reconstructing definitions of polygon diagonals. *Mathematics Education Research Journal*, 37(2), 399-426. <https://doi.org/10.1007/s13394-024-00495-z>
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Toscano, R., Fernández-León, A., Gavilán-Izquierdo, J. M., González-Regaña, A. J., & Martín-Molina, V. (2024). Pre-service mathematics teachers' discourse: Differences between defining in task situations involving prototypical and non-prototypical solids. *The Journal of Mathematical Behavior*, 75, Article 101170. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101170>
- Vízek, L., Samková, L., & Star, J. R. (2025). Investigating how lower secondary school students reason about quadrilaterals emerging in dynamic constructions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 56(3), 495-514. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2255184>
- Watson, A., & Mason, J. (2005). Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781410613714>
- Weigand, H.-G., Hollebrands, K., & Maschietto, M. (2025). Geometry education at secondary level: A systematic literature review. *ZDM – Mathematics Education*, 57, 829-843. <https://doi.org/10.1007/s11858-025-01703-1>
- Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 131-148. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9131-7>